



Schweizerische Eidgenossenschaft  
Confédération suisse  
Confederazione Svizzera  
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK  
Département fédéral de l'environnement, des transports, de l'énergie et de la communication DETEC  
Dipartimento federale dell'ambiente, dei trasporti, dell'energia e della comunicazione DATEC

Bundesamt für Strassen  
Office fédéral des routes  
Ufficio federale delle Strade

# **Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt**

**Shear resistance of reinforced concrete elements with  
circular cross section**

**Résistance à l'effort tranchant des éléments en béton  
armé de section circulaire**

**Hochschule Luzern – Technik & Architektur**

Prof. Dr. Daniel Heinzmann

Prof. Dr. Albin Kenel (Stv.)

Der Inhalt dieses Berichtes verpflichtet nur den (die) vom Bundesamt für Strassen unterstützten Autor(en). Dies gilt nicht für das Formular 3 "Projektabschluss", welches die Meinung der Begleitkommission darstellt und deshalb nur diese verpflichtet. Bezug: Schweizerischer Verband der Strassen- und Verkehrsfachleute (VSS)

Le contenu de ce rapport n'engage que les auteurs ayant obtenu l'appui de l'Office fédéral des routes. Cela ne s'applique pas au formulaire 3 « Clôture du projet », qui représente l'avis de la commission de suivi et qui n'engage que cette dernière. Diffusion : Association suisse des professionnels de la route et des transports (VSS)

La responsabilità per il contenuto di questo rapporto spetta unicamente agli autori sostenuti dall'Ufficio federale delle strade. Tale indicazione non si applica al modulo 3 "conclusione del progetto", che esprime l'opinione della commissione d'accompagnamento e di cui risponde solo quest'ultima. Ordinazione: Associazione svizzera dei professionisti della strada e dei trasporti (VSS)

The content of this report engages only the author(s) supported by the Federal Roads Office. This does not apply to Form 3 'Project Conclusion' which presents the view of the monitoring committee. Distribution: Swiss Association of Road and Transportation Experts (VSS)

# **Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt**

**Shear resistance of reinforced concrete elements with  
circular cross section**

**Résistance à l'effort tranchant des éléments en béton  
armé de section circulaire**

**Hochschule Luzern – Technik & Architektur**

Prof. Dr. Daniel Heinzmann

Prof. Dr. Albin Kenel (Stv.)

**Forschungsprojekt BGT\_20\_4aC\_01 auf Antrag der Arbeitsgruppe Brücken,  
Geotechnik und Tunnel (AG BGT)**

**Dezember 2025 | 1810**

# Impressum

## Forschungsstelle und Projektteam

### Projektleitung

Prof. Dr. Daniel Heinzmann

Prof. Dr. Albin Kenel (Stv.)

## Begleitkommission

### Präsidentin

Anita Lutz

### Mitglieder

Prof. Dr. Walter Kaufmann

Dr. Hans Seelhofer

Lorenzo Sabato

Alain Liechti

Matthias Wielatt

## Antragsteller

Arbeitsgruppe Brücken, Geotechnik und Tunnel (AG BGT)

## Bezugsquelle

Das Dokument kann kostenlos von

<http://www.mobilityplatform.ch>

heruntergeladen werden.

Dezember 2025

# Inhaltsverzeichnis

|                                                                                                         |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Abbildungsverzeichnis</b>                                                                            | <b>7</b>  |
| <b>Tabellenverzeichnis</b>                                                                              | <b>11</b> |
| <b>Abkürzungsverzeichnis</b>                                                                            | <b>13</b> |
| <b>Nomenklatur</b>                                                                                      | <b>15</b> |
| <b>Zusammenfassung</b>                                                                                  | <b>19</b> |
| <b>Résumé</b>                                                                                           | <b>21</b> |
| <b>Summary</b>                                                                                          | <b>23</b> |
| <b>1 Einleitung</b>                                                                                     | <b>27</b> |
| 1.1 Ausgangslage                                                                                        | 27        |
| 1.2 Problemstellung                                                                                     | 27        |
| 1.3 Stand der Forschung                                                                                 | 28        |
| 1.3.1 Modellvorstellungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit rechteckigem Querschnitt  | 28        |
| 1.3.2 Modellvorstellungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt | 28        |
| 1.3.3 Versuche zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt            | 29        |
| 1.3.4 Normbestimmungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt    | 30        |
| 1.4 Übersicht                                                                                           | 30        |
| 1.4.1 Vorgehen, Methodik                                                                                | 30        |
| 1.4.2 Inhaltsübersicht Bericht                                                                          | 31        |
| <b>2 Biegetragverhalten</b>                                                                             | <b>33</b> |
| 2.1 Ungerissenes Verhalten (Zustand I)                                                                  | 33        |
| 2.2 Gerissen linear elastisches Verhalten (Zustand IIa)                                                 | 34        |
| 2.3 Gerissen elastisch - plastisches Verhalten (Zustand IIb)                                            | 36        |
| 2.3.1 Dehnung in Stegmitte                                                                              | 38        |
| 2.4 Biegewiderstand (Zustand III)                                                                       | 39        |
| 2.4.1 Biegewiderstand des gesamten Querschnitts                                                         | 39        |
| 2.4.2 Interaktion Biegung mit Normalkraft des gesamten Querschnitts                                     | 41        |
| 2.4.3 Biegewiderstand am reduzierten Querschnitt zur Querkraftbemessung                                 | 42        |
| 2.5 Bemessungswerte des Biegetragverhaltens                                                             | 45        |
| <b>3 Querkrafttragverhalten</b>                                                                         | <b>47</b> |
| 3.1 Schubspannungen im ungerissenen Kreisquerschnitt                                                    | 47        |
| 3.2 Schubspannungen im gerissenen Kreisquerschnitt                                                      | 48        |
| 3.3 Umschnürungswirkung kreisförmiger Querkraftbewehrung                                                | 49        |
| 3.4 Betondruckfestigkeit im ebenen Spannungszustand                                                     | 50        |

|          |                                                                                                             |            |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.5      | Anteile der Querkraftwiderstände . . . . .                                                                  | 52         |
| <b>4</b> | <b>Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand . . . . .</b>                                                  | <b>53</b>  |
| 4.1      | Oberer Grenzwert des Querkraftwiderstands - Stegdruckbruchmechanismus                                       | 53         |
| 4.1.1    | Dissipation des Betons . . . . .                                                                            | 54         |
| 4.1.2    | Dissipation der kreisförmigen Querkraftbewehrung . . . . .                                                  | 55         |
| 4.1.3    | Zusammenfassung des Stegdruckbruchmechanismus für die Versuchsnachrechnung . . . . .                        | 59         |
| 4.2      | Unterer Grenzwert des Querkraftwiderstands - Spannungsfelder mit Berücksichtigung der Umschnürung . . . . . | 64         |
| 4.3      | Querkraftwiderstand für die Überprüfung bestehender Tragwerke . . . .                                       | 66         |
| 4.3.1    | Zusammenfassung Querkraftwiderstand für die Überprüfung bestehender Tragwerke . . . . .                     | 67         |
| 4.4      | Querkraftwiderstand für die Bemessung neuer Tragwerke . . . . .                                             | 69         |
| 4.4.1    | Querschnittsbetrachtung . . . . .                                                                           | 70         |
| 4.4.2    | Minimale Querkraftbewehrung . . . . .                                                                       | 74         |
| 4.4.3    | Berücksichtigung des endlichen Stababstands der Querkraftbewehrung . . . . .                                | 75         |
| 4.4.4    | Konstruktive Durchbildung . . . . .                                                                         | 77         |
| <b>5</b> | <b>Vergleiche mit Modellvorstellungen . . . . .</b>                                                         | <b>79</b>  |
| 5.1      | Vergleich der Versuche mit der Modellvorstellung . . . . .                                                  | 79         |
| 5.2      | Vergleich der Versuche mit weiteren Modellvorstellungen . . . . .                                           | 82         |
| <b>6</b> | <b>Fallbeispiele . . . . .</b>                                                                              | <b>85</b>  |
| 6.1      | Bemessungsbeispiel . . . . .                                                                                | 85         |
| 6.2      | Überprüfungsbeispiel . . . . .                                                                              | 91         |
| <b>7</b> | <b>Folgerungen und Ausblick . . . . .</b>                                                                   | <b>99</b>  |
|          | <b>Literaturverzeichnis . . . . .</b>                                                                       | <b>101</b> |
|          | Publikationen . . . . .                                                                                     | 101        |
|          | Normen . . . . .                                                                                            | 103        |
| <b>A</b> | <b>Anhang . . . . .</b>                                                                                     | <b>105</b> |
| A.1      | Weitere Modellvorstellungen . . . . .                                                                       | 105        |
| A.1.1    | Modellvorstellung nach Hoang and Jensen (2010) . . . . .                                                    | 105        |
| A.1.2    | Modellvorstellung nach Bender (2009) . . . . .                                                              | 106        |
| A.1.3    | Modellvorstellung nach Kowalsky and Priestley (2000) . . . . .                                              | 107        |
| A.2      | Datenbank . . . . .                                                                                         | 108        |
|          | <b>Projektabschluss . . . . .</b>                                                                           | <b>109</b> |

## Abbildungsverzeichnis

|                       |                                                                                                                                                                                                    |    |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Abbildung 2.1</b>  | Biegetragverhalten: (a) Bezeichnungen; (b) Kern des Querschnitts.                                                                                                                                  | 33 |
| <b>Abbildung 2.2</b>  | Biegetragverhalten gerissen elastisch (Zustand IIa) ohne Betonzugfestigkeit. . . . .                                                                                                               | 35 |
| <b>Abbildung 2.3</b>  | Hebelarm der Biegekräfte im gerissen elastischen Zustand IIa.                                                                                                                                      | 36 |
| <b>Abbildung 2.4</b>  | Idealisierte Werkstoffbeziehungen für den: (a) Beton; (b) Betonstahl. . . . .                                                                                                                      | 37 |
| <b>Abbildung 2.5</b>  | Biegetragverhalten elastisch - plastisch (Zustand IIb) ohne Betonzugfestigkeit. . . . .                                                                                                            | 38 |
| <b>Abbildung 2.6</b>  | Biegetragverhalten elastisch - plastisch (Zustand IIb) mit der Dehnung $\epsilon_x$ in Stegmitte. . . . .                                                                                          | 39 |
| <b>Abbildung 2.7</b>  | Biegetragverhalten starr - ideal plastisch (Zustand III) ohne Betonzugfestigkeit. . . . .                                                                                                          | 39 |
| <b>Abbildung 2.8</b>  | Hebelarm der Biegekräfte beim Biegezugwiderstand (Zustand III).                                                                                                                                    | 40 |
| <b>Abbildung 2.9</b>  | Interaktion Biegung mit Normalkraft. . . . .                                                                                                                                                       | 41 |
| <b>Abbildung 2.10</b> | Fliessfiguren für Biegung mit Normalkraft mit Anteilen des Betons und des Betonstahls. . . . .                                                                                                     | 42 |
| <b>Abbildung 2.11</b> | Bezeichnungen am reduzierten Querschnitt zur Querkraftbemessung. . . . .                                                                                                                           | 43 |
| <b>Abbildung 2.12</b> | Idealisierte Werkstoffbeziehungen am reduzierten Querschnitt für den: (a) Beton; (b) Betonstahl. . . . .                                                                                           | 44 |
| <b>Abbildung 2.13</b> | Biegetragverhalten starr - ideal plastisch (Zustand III) ohne Betonzugfestigkeit am reduzierten Querschnitt. . . . .                                                                               | 44 |
| <b>Abbildung 3.1</b>  | Schubspannungen im ungerissenen Kreisquerschnitt: (a) Bezeichnungen; (b) Zustandslinien der Schubspannungen entlang der Berandung des Querschnitts. . . . .                                        | 48 |
| <b>Abbildung 3.2</b>  | Schubspannungen im gerissenen Kreisquerschnitt: (a) Bezeichnungen; (b) und (c) Zustandslinien der Dehnungen und Schubspannungen. . . . .                                                           | 48 |
| <b>Abbildung 3.3</b>  | Umschnürungswirkung kreisförmiger Querkraftbewehrung (a) Querschnitt mit Bezeichnungen; (b) Schnittkörperdiagramm. .                                                                               | 49 |
| <b>Abbildung 3.4</b>  | Stahlbeton-Scheibenelement: (a) Schnittkörperdiagramm; (b) MOHRscher Verzerrungskreis. . . . .                                                                                                     | 51 |
| <b>Abbildung 3.5</b>  | Schnittkörperdiagramme zu den Querkraftwiderständen: (a) in Anlehnung an Cavagnis et al. (2020); (b) Bogentragwirkung resp. Direktabstützung am Beispiel für $q \sim x^0$ wobei $V = V_{Arch}$ . . | 52 |
| <b>Abbildung 4.1</b>  | Stegdruckbruchmechanismus eines Stahlbetonbauteils mit kreisförmigem Querschnitt: (a) Ansicht Steg; (b) Querschnitt; (c) und (d) Stegdruckbruchmechanismus. . . . .                                | 54 |
| <b>Abbildung 4.2</b>  | MOHRsche Hüllkurven in der Spannungsebene: (a) Allgemeine Darstellung; (b) quadratische Fliessbedingung des Betons im ebenen Spannungszustand. . . . .                                             | 55 |

|                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |
|-----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Abbildung 4.3</b>  | Bruchmechanismus zur Ermittlung der Wirksamkeit kreisförmiger resp. rechteckförmiger Querkraftbewehrung mit Längsansichten in (a) und (c) resp. Querschnitten in (b) und (d). . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 56 |
| <b>Abbildung 4.4</b>  | Schubspannweite: (a) Ansicht Steg; (b) Querschnitt. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 58 |
| <b>Abbildung 4.5</b>  | Druckfeldneigung $\theta_i$ in Abhängigkeit der Dehnung $\epsilon_x$ in Stegmitte für verschiedene mechanische Querkraftbewehrungsgehalte $\omega_i$ . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 60 |
| <b>Abbildung 4.6</b>  | Querkraftwiderstand in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 61 |
| <b>Abbildung 4.7</b>  | Druckfeldneigung in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 61 |
| <b>Abbildung 4.8</b>  | Beiwert $k_c$ in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 62 |
| <b>Abbildung 4.9</b>  | Querkraftwiderstand in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 63 |
| <b>Abbildung 4.10</b> | Druckfeldneigung in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 63 |
| <b>Abbildung 4.11</b> | Beiwert $k_c$ in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 64 |
| <b>Abbildung 4.12</b> | Spannungsfelder mit Berücksichtigung der Umschnürung zur Querkraftabtragung in kreisförmigen Querschnitten bestehend aus vier Kreissegmenten und einem rechteckigen Kern, Hoang und Jensen (2010). . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 65 |
| <b>Abbildung 4.13</b> | Spannungsfelder mit Berücksichtigung der Umschnürung zur Querkraftabtragung in kreisförmigen Querschnitten bestehend aus Lamellen in Querkraftrichtung, Hoang und Jensen (2010). . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 66 |
| <b>Abbildung 4.14</b> | Günstig geneigte Querkraftbewehrung: (a) Spannungsfeld; (b) und (c) zugehöriges Fachwerkmodell und Schnittkörperdiagramm. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 69 |
| <b>Abbildung 4.15</b> | Ungünstig geneigte Querkraftbewehrung: (a) Spannungsfeld; (b) und (c) zugehöriges Fachwerkmodell und Schnittkörperdiagramm. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 70 |
| <b>Abbildung 4.16</b> | Wirksamkeit einer kreisförmigen Querkraftbewehrung nach Schwartz (2002) und EC 2 (2023) mit $b_w/2 = r_c \sin(\alpha_{0c})$ . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 71 |
| <b>Abbildung 4.17</b> | Theoretische Stegfläche gemäss Schwartz (2002) und EC 2 (2023) mit $b_w \leq 2r_c \sin(\alpha_{0c})$ . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 72 |
| <b>Abbildung 4.18</b> | Beispiel der Bemessungswerte der Querkraftwiderstände und des Biegetragverhaltens am reduzierten Querschnitt in Abhängigkeit von $b_w/d_c$ : (a) Bemessungswert der Querkraftwiderstände gemäss Unterabschnitt 4.4.1 und Unterabschnitt 4.4.3; (b) und (d) Biegekräfte und Hebelarme der Biegekräfte gemäss Unterabschnitt 2.4.3 reduzierter Querschnitt und Unterabschnitt 2.4.1 gesamter Querschnitt; (c) Winkel zur Druckzone gemäss (2.32) und (2.33); (e) Betondruckspannung in der Biegedruckzone gemäss (2.37). . . . . | 74 |
| <b>Abbildung 4.19</b> | Minimal erforderlicher Durchmesser einer kreisförmigen Querkraftbewehrung. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 75 |
| <b>Abbildung 4.20</b> | Kollapsrissmechanismus einer Stahlbetonscheibe in Anlehnung an Jäger (2009): (a) Ansicht; (b) Querschnitt. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 76 |

|                      |                                                                                                                                                                                                               |    |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Abbildung 5.1</b> | Vergleich der experimentell ermittelten Querkraft $V_{exp}$ gemäss Abschnitt A.2 zum Querkraftwiderstand $V$ der Modellvorstellung gemäss Unterabschnitt 4.1.3. . . . .                                       | 81 |
| <b>Abbildung 5.2</b> | Vergleich des Verhältnisses $V_{exp}/V$ über den Durchmesser $d$ der Versuchskörper. . . . .                                                                                                                  | 81 |
| <b>Abbildung 5.3</b> | Vergleich des Verhältnisses $V_{exp}/V$ über den mechanischen Querkraftbewehrungsgehalt $\omega$ der Versuchskörper. . . . .                                                                                  | 82 |
| <b>Abbildung 6.1</b> | Bemessungsbeispiel: (a) Schnitt des Geländesprungs; (b) Querschnitt des Bohrpfahls mit Abmessungen und Baustoffeigenschaften . . . . .                                                                        | 85 |
| <b>Abbildung 6.2</b> | Zustandslinien der Schnittgrössen des Bemessungsbeispiels: (a) Normalkraft $N$ ; (b) Querkraft $V$ ; (c) Biegemoment $M$ mit Einfluss der Längszugkraft infolge Querkraft. . . . .                            | 86 |
| <b>Abbildung 6.3</b> | Biegewiderstand am gesamten Querschnitt: (a) Querschnitt; (b) Schnittkörperdiagramm. . . . .                                                                                                                  | 88 |
| <b>Abbildung 6.4</b> | Theoretische Stegbreite und Hebelarm am reduzierten Querschnitt: (a) Querschnitt; (b) Schnittkörperdiagramm. . . . .                                                                                          | 90 |
| <b>Abbildung 6.5</b> | Überprüfungsbeispiel: (a) Schnitt der aufgelösten Bohrpfahlwand; (b) Querschnitt des Bohrpfahls mit Abmessungen und Baustoffeigenschaften. . . . .                                                            | 91 |
| <b>Abbildung 6.6</b> | Zustandslinien der Schnittgrössen des Überprüfungsbeispiels: (a) Normalkraft $N$ ; (b) Biegemoment $M$ ; (c) Fließbedingung $Y_c$ ; (d) Querkraft $V$ ; (e) Längszugkraft infolge Querkraft $F_{tVd}$ . . . . | 92 |



## Tabellenverzeichnis

|                    |                                                                                                            |    |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tabelle 5.1</b> | Vergleich der Versuche gemäss Abschnitt A.2 mit der Modellvorstellung gemäss Unterabschnitt 4.1.3. . . . . | 80 |
| <b>Tabelle 5.2</b> | Vergleich der Versuche gemäss Abschnitt A.2 mit weiteren Modellvorstellungen gemäss Abschnitt A.1. . . . . | 83 |
| <b>Tabelle 6.1</b> | Überprüfungsbeispiel: Interaktion Biegung mit Normalkraft. . . . .                                         | 93 |
| <b>Tabelle 6.2</b> | Überprüfungsbeispiel: Querkraft- und Biege­widerstände . . . . .                                           | 96 |



## Abkürzungsverzeichnis

|       |                                                         |
|-------|---------------------------------------------------------|
| ACI   | American Concrete Institute                             |
| ASTRA | Bundesamt für Strassen                                  |
| BK    | Begleitkommission                                       |
| DIN   | Deutsches Institut für Normung                          |
| EC    | Eurocode                                                |
| EPFL  | Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne                |
| ETHZ  | Eidgenössische Technische Hochschule Zürich             |
| MC    | Model Code                                              |
| SIA   | Schweizerischer Ingenieur und Architektenverein, Zürich |
| SKD   | Schnittkörperdiagramm                                   |
| UCSD  | University of California San Diego                      |



## Nomenklatur

### Lateinische Grossbuchstaben

|                |                                                                                        |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| $A_i$          | Ideelle Querschnittsfläche [mm <sup>2</sup> ]                                          |
| $A_s$          | Querschnittsfläche der gesamten Längsbewehrung [mm <sup>2</sup> ]                      |
| $A_{sBG}$      | Querschnittsfläche eines Stabs des Bügels [mm <sup>2</sup> ]                           |
| $A_{sh}$       | Querschnittsfläche eines Stabs der kreisförmigen Querkraftbewehrung [mm <sup>2</sup> ] |
| $A_{sw}$       | Querschnittsfläche der Querkraftbewehrung [mm <sup>2</sup> ]                           |
| $C$            | Druckkraft des Betons in der Druckzone [kN]                                            |
| $\dot{D}$      | Dissipationsarbeit [J]                                                                 |
| $D_c$          | Druckkraft des Betons in der Druckzone [kN]                                            |
| $D_{cw}$       | Druckkraft des Betons im Betondruckfeld des Trägerstegs [kN]                           |
| $\dot{D}_{ci}$ | Dissipationsarbeit des Betons [J]                                                      |
| $D_s$          | Druckkraft des Betonstahls in der Druckzone [kN]                                       |
| $\dot{D}_{si}$ | Dissipationsarbeit der Querkraftbewehrung [J]                                          |
| $E_c$          | Elastizitätsmodul des Betons [kN/m <sup>2</sup> ]                                      |
| $E_s$          | Elastizitätsmodul des Betonstahls [kN/m <sup>2</sup> ]                                 |
| $F_{lVd}$      | Längszugkraft infolge Querkraft [kN]                                                   |
| $I_i$          | Ideeles Flächenträgheitsmoment [mm <sup>4</sup> ]                                      |
| $M$            | Biegemoment [kNm]                                                                      |
| $M_{cr}$       | Rissmoment [kNm]                                                                       |
| $M_d$          | Bemessungswert des Biegemoments [kNm]                                                  |
| $M_{Dc}$       | Biegemoment infolge $D_c$ [kNm]                                                        |
| $M_{Ds}$       | Biegemoment infolge $D_s$ [kNm]                                                        |
| $M_{Rd}$       | Bemessungswert des Biegewiderstands [kNm]                                              |
| $M_u$          | Biegewiderstand [kNm]                                                                  |
| $M_{Zs}$       | Biegemoment infolge $Z_s$ [kNm]                                                        |
| $N$            | Normalkraft (Zugkraft positiv) [kN]                                                    |
| $N_d$          | Bemessungswert der Normalkraft (Zugkraft positiv) [kN]                                 |
| $N_h$          | Zugkraft in einem Stab der kreisförmigen Querkraftbewehrung [kN]                       |
| $T$            | Zugkraft des Betonstahls in der Zugzone [kN]                                           |
| $V$            | Querkraft [kN]                                                                         |
| $V_a$          | Querkraftwiderstand des Regimes $a$ [kN]                                               |
| $V_{Arch}$     | Querkraftwiderstand der Bogentragwirkung resp. der Direktabstützung [kN]               |
| $V_b$          | Querkraftwiderstand des Regimes $b$ [kN]                                               |
| $V_C$          | Querkraftwiderstand des Betons im Trägersteg u. a. durch Rissverzahnung [kN]           |
| $V_c$          | Querkraftwiderstand des Regimes $c$ [kN]                                               |
| $V_{cr}$       | Rissquerkraft [kN]                                                                     |
| $V_{Comp}$     | Querkraftwiderstand in der Druckzone [kN]                                              |
| $V_d$          | Bemessungswert der Querkraft [kN]                                                      |
| $V_{Dow}$      | Querkraftwiderstand der Dübelwirkung der Längsbewehrung [kN]                           |
| $V_{exp}$      | Experimentell ermittelte Querkraft bei Höchstlast [kN]                                 |
| $V_p$          | Querkraftwiderstand der Vorspannung [kN]                                               |
| $V_{Rd}$       | Bemessungswert des Querkraftwiderstands [kN]                                           |
| $V_{Rd,a}$     | Bemessungswert des Querkraftwiderstands des Regimes $a$ [kN]                           |
| $V_{Rd,b}$     | Bemessungswert des Querkraftwiderstands des Regimes $b$ [kN]                           |

|            |                                                                     |
|------------|---------------------------------------------------------------------|
| $V_{Rd,c}$ | Bemessungswert des Querkraftwiderstands des Regimes $c$ [kN]        |
| $V_{Rd,C}$ | Bemessungswert des Querkraftwiderstands des Betondruckfelds [kN]    |
| $V_{Rd,s}$ | Bemessungswert des Querkraftwiderstands der Querkraftbewehrung [kN] |
| $V_{Res}$  | Querkraftwiderstand in der Bruch- resp. Rissprozesszone [kN]        |
| $V_S$      | Querkraftwiderstand der Querkraftbewehrung im Trägersteg [kN]       |
| $V_0$      | Querkraftwiderstand [kN]                                            |
| $V_{0,a}$  | Querkraftwiderstand des Regimes $a$ [kN]                            |
| $V_{0,b}$  | Querkraftwiderstand des Regimes $b$ [kN]                            |
| $V_{0,c}$  | Querkraftwiderstand des Regimes $c$ [kN]                            |
| $W_e$      | Arbeit der äusseren Kräfte [J]                                      |
| $Y_c$      | Fliessfunktion für den Beton                                        |
| $Z_s$      | Zugkraft des Betonstahls in der Zugzone [kN]                        |
| $Z_{sw}$   | Zugkraft des Betonstahls der Querkraftbewehrung im Trägersteg [kN]  |

### Lateinische Kleinbuchstaben

|                  |                                                                                                              |
|------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a$              | Regime, Schubspannweite [m]                                                                                  |
| $a_s$            | Bezogene Querschnittsfläche der Längsbewehrung [ $\text{mm}^2/\text{m}$ ]                                    |
| $a_0$            | Abstand der Resultierenden der Krafteinwirkung zur Auflagerkraft [m]                                         |
| $a_1, a_2$       | Breite der Lasteinleitungs- und Auflagerplatten [m]                                                          |
| $b$              | Regime, Breite [mm]                                                                                          |
| $b_w$            | Stegbreite [mm]                                                                                              |
| $c$              | Regime, Kohäsion (Parameter der modifizierten Fliessbedingung von Coulomb) [MPa]                             |
| $c_{\text{nom}}$ | nominelle Bewehrungsüberdeckung [mm]                                                                         |
| $d$              | Durchmesser des Kreisquerschnitts [mm]                                                                       |
| $d_c$            | Durchmesser bis zur Mittellinie der Querkraftbewehrung [mm]                                                  |
| $d_s$            | Durchmesser bis zur Mittellinie der Längsbewehrung [mm]                                                      |
| $e$              | Kernweite des Querschnitts [mm]                                                                              |
| $e_i$            | Ideelle Kernweite des Querschnitts [mm]                                                                      |
| $f_c$            | Druckfestigkeit des Betons (Zylinderdruckfestigkeit $f_{cc}$ ) [MPa]                                         |
| $f_{ct}$         | Betonzugfestigkeit [MPa]                                                                                     |
| $f_{cd}$         | Bemessungswert der Druckfestigkeit des Betons [MPa]                                                          |
| $f_{csup}$       | Festigkeit des Betons auf der Biegedruckseite als Widerstand positiv definiert [MPa]                         |
| $f_{cdsup}$      | Bemessungswert der Festigkeit des Betons auf der Biegedruckseite als Widerstand positiv definiert [MPa]      |
| $f_s$            | Fliessgrenze des Betonstahls [MPa]                                                                           |
| $f_{sd}$         | Bemessungswert der Fliessgrenze des Betonstahls [MPa]                                                        |
| $f_{sy}$         | Fliessgrenze des Betonstahls [MPa]                                                                           |
| $f_{su}$         | Zugfestigkeit des Betonstahls [MPa]                                                                          |
| $f_{sinf}$       | Festigkeit des Betonstahls auf der Biegezugseite als Widerstand positiv definiert [MPa]                      |
| $f_{sdinf}$      | Bemessungswert der Festigkeit des Betonstahls auf der Biegezugseite als Widerstand positiv definiert [MPa]   |
| $f_{ssup}$       | Festigkeit des Betonstahls auf der Biegedruckseite als Widerstand positiv definiert [MPa]                    |
| $f_{sdsup}$      | Bemessungswert der Festigkeit des Betonstahls auf der Biegedruckseite als Widerstand positiv definiert [MPa] |

|          |                                                                                                    |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $k_c$    | Beiwert zur Bestimmung der Betonfestigkeit [-]                                                     |
| $n$      | Wertigkeit $n = E_s/E_c$ [-]                                                                       |
| $n_s$    | Anzahl der Lagen der Querkraftbewehrung [-]                                                        |
| $n_{sx}$ | Anzahl der Lagen der Bewehrung in $x$ -Richtung [-]                                                |
| $q_N$    | Streckenlast [kN/m]                                                                                |
| $r$      | Radius des Kreisquerschnitts [mm]                                                                  |
| $r_c$    | Radius bis zur Mittellinie der Querkraftbewehrung [mm]                                             |
| $r_s$    | Radius bis zur Mittellinie der Längsbewehrung [mm]                                                 |
| $s$      | Stababstand der Bewehrung, Ganghöhe der Spiralbewehrung [mm]                                       |
| $s_i$    | Stababstand der Querkraftbewehrung [mm]                                                            |
| $s_x$    | Stababstand der Bewehrung in $x$ -Richtung [mm]                                                    |
| $z$      | Hebelarm der Biegekräfte [mm]                                                                      |
| $z_D$    | Abstand vom Schwerpunkt des Kreisquerschnitts zur Druckkraft in der Druckzone [mm]                 |
| $z_{Dc}$ | Abstand vom Schwerpunkt des Kreisquerschnitts zur Druckkraft des Betons in der Druckzone [mm]      |
| $z_{Ds}$ | Abstand vom Schwerpunkt des Kreisquerschnitts zur Druckkraft des Betonstahls in der Druckzone [mm] |
| $z_{zs}$ | Abstand vom Schwerpunkt des Kreisquerschnitts zur Zugkraft des Betonstahls in der Zugzone [mm]     |

### Griechische Kleinbuchstaben

|                          |                                                                                                       |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha, \alpha_i$       | Neigungswinkel der kinematischen Diskontinuitätsebene [rad]                                           |
| $\alpha_0$               | Winkel zur Druckzone bezogen auf $r$ [rad]                                                            |
| $\alpha_{0c}$            | Winkel zur Druckzone bezogen auf $r_c$ [rad]                                                          |
| $\alpha_{0s}$            | Winkel zur Druckzone bezogen auf $r_s$ [rad]                                                          |
| $\alpha_M$               | Hilfsgrösse                                                                                           |
| $\beta, \beta_i$         | Neigungswinkel der Querkraftbewehrung $i$ [rad]                                                       |
| $\gamma_{zx}$            | Schiebung bezüglich $x$ - und $z$ -Richtung [-]                                                       |
| $\delta$                 | Verschiebungsincrementenvektor einer kinematischen Diskontinuität [-]                                 |
| $\epsilon_{c1}$          | Betonstauchung beim Erreichen von $f_c$ [-]                                                           |
| $\epsilon_{c2}$          | Bruchstauchung des Betons [-]                                                                         |
| $\epsilon_{su}$          | Bruchdehnung des Betonstahls [-]                                                                      |
| $\epsilon_x$             | Dehnung in Stegmitte in $x$ -Richtung [-]                                                             |
| $\epsilon_z$             | Dehnung in $z$ -Richtung [-]                                                                          |
| $\epsilon_1, \epsilon_3$ | Hauptverzerrungen [-]                                                                                 |
| $\eta$                   | Hilfsgrösse [-]                                                                                       |
| $\eta_{fc}$              | Umrechnungsfaktor zur Berücksichtigung des spröderen Bruchverhaltens von Beton höherer Festigkeit [-] |
| $\theta$                 | Druckfeldneigung [rad]                                                                                |
| $\theta_a$               | Druckfeldneigung im Regime $a$ [rad]                                                                  |
| $\theta_b$               | Druckfeldneigung im Regime $b$ [rad]                                                                  |
| $\theta_{b,lin}$         | Linearisierte Druckfeldneigung im Regime $b$ [rad]                                                    |
| $\theta_c$               | Druckfeldneigung im Regime $c$ [rad]                                                                  |
| $\xi$                    | Variable für die Integration                                                                          |
| $\rho$                   | Geometrischer Bewehrungsgehalt der Querkraftbewehrung [-]                                             |
| $\rho_{min}$             | Minimaler geometrischer Bewehrungsgehalt der Querkraftbewehrung [-]                                   |
| $\rho_l$                 | Geometrischer Bewehrungsgehalt der Längsbewehrung [-]                                                 |
| $\rho_x$                 | Geometrischer Bewehrungsgehalt der Bewehrung in $x$ -Richtung [-]                                     |

|                 |                                                                                                             |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sigma_N$      | Normalspannung [MPa]                                                                                        |
| $\sigma_c$      | Spannung im Beton am oberen Querschnittsrand [MPa]                                                          |
| $\sigma_{con}$  | Druckspannung im Beton in Abhängigkeit der Umschnürungswirkung [MPa]                                        |
| $\sigma_s$      | Spannung im Betonstahl [MPa]                                                                                |
| $\sigma_{ssup}$ | Spannung im Betonstahl am oberen Querschnittsrand [MPa]                                                     |
| $\sigma_{sinf}$ | Spannung im Betonstahl am unteren Querschnittsrand [MPa]                                                    |
| $\sigma_{xx}$   | Normalspannung in $x$ -Richtung [MPa]                                                                       |
| $\sigma_{zz}$   | Normalspannung in $z$ -Richtung [MPa]                                                                       |
| $\tau$          | Schubspannung [MPa]                                                                                         |
| $\tau_{max}$    | maximale Schubspannung [MPa]                                                                                |
| $\tau_{yx}$     | Schubspannung in $y$ -Richtung wirkend an der Fläche mit dem Normalenvektor in $x$ -Richtung [MPa]          |
| $\tau_{zx}$     | Schubspannung in $z$ -Richtung wirkend an der Fläche mit dem Normalenvektor in $x$ -Richtung [MPa]          |
| $\tau_{zxmax}$  | maximale Schubspannung in $z$ -Richtung wirkend an der Fläche mit dem Normalenvektor in $x$ -Richtung [MPa] |
| $\varphi$       | Winkel der inneren Reibung [rad], Variable für die Integration                                              |
| $\chi$          | Krümmung [1/m]                                                                                              |
| $\dot{\chi}$    | Krümmungsinkrement                                                                                          |
| $\psi$          | Winkel [rad], Mechanischer Bewehrungsgehalt der Querkraftbewehrung [-]                                      |
| $\omega$        | Mechanischer Bewehrungsgehalt der Querkraftbewehrung [-]                                                    |
| $\omega_{min}$  | minimaler mechanischer Bewehrungsgehalt der Querkraftbewehrung [-]                                          |
| $\omega_l$      | Mechanischer Bewehrungsgehalt der Längsbewehrung [-]                                                        |
| $\omega_{ab}$   | Grenze des geometrischen Bewehrungsgehalts zwischen den Regimes $a$ und $b$ [-]                             |
| $\omega_{bc}$   | Grenze des geometrischen Bewehrungsgehalts zwischen den Regimes $b$ und $c$ [-]                             |

### Sonderbezeichnungen

|                 |                                                                           |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------|
| $\varnothing$   | Durchmesser eines Stabs der Längsbewehrung [mm]                           |
| $\varnothing_h$ | Durchmesser eines Stabs der Querkraftbewehrung [mm]                       |
| 1, 3            | Hauptrichtungen                                                           |
| I, II, III      | Charakteristische Richtungen, Nummerierung von Beziehungen                |
| $x, y, z$       | Koordinatenrichtungen des rechtshändigen, kartesischen Koordinatensystems |

## Zusammenfassung

Der vorliegende Bericht behandelt den Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt, welche in der Stahlbetonbauweise u. a. in Brückenstützen, Stützen im Hochbau sowie als Pfähle und Bohrpfahlwände eingesetzt werden.

In den Schweizer Normen SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011) und auch SIA 262 (2025) sind die Nachweise der Tragsicherheit für Biegung mit Normalkraft an schlaff bewehrten Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt umfassend geregelt. Für den Querkraftwiderstand ist einzig der Hinweis enthalten, dass der Beitrag (Wirksamkeit) einer kreisförmigen Querkraftbewehrung zum Querkraftwiderstand mit 70% desjenigen einer rechteckigen Querkraftbewehrung angenommen werden könne. Weitere Angaben z. B. des Anteils des Betons am Querkraftwiderstand bei der Überprüfung sowie der Stegabmessungen bei der Bemessung fehlen.

Im Rahmen dieses Forschungsprojekts wurde eine Modellvorstellung für den Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt sowohl für die Bemessung neuer als auch für die Überprüfung bestehender Tragwerke entwickelt, vereinbar mit der SIA 262 (2025) und SIA 269/2 (2011) sowie dem EC 2 (2023).

Die Modellvorstellung für die Überprüfung bestehender Tragwerke basiert auf dem starr - ideal plastischen Verhalten der Querkraftbewehrung und des Betons ergänzt u. a. durch das elastisch - plastische Verhalten des Stegbetons auf Druck, womit der Einfluss des Biegetragverhaltens mit und ohne Normaldruckkrafteinwirkung auf den Querkraftwiderstand berücksichtigt werden kann. Der Vergleich mit Versuchsdaten aus der Literatur zeigt eine angemessene Übereinstimmung.

Darauf aufbauend basiert die Modellvorstellung für die Bemessung neuer Tragwerke auf der Betrachtung von Spannungsfeldern mit variabler Neigung der Druckfelder gemäss SIA 262 (2013) und SIA 262 (2025). Für die Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung und die theoretische Stegbreite des daraus resultierenden, reduzierten Querschnitts, werden die Vorschläge gemäss Schwartz (2002) und EC 2 (2023) übernommen, ergänzt durch ein Berechnungsverfahren zum Biegetragverhalten mit und ohne Normaldruckkrafteinwirkung an diesem reduzierten Querschnitt.

Grundlage für die Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand bildet die Querschnittsanalyse (Querschnittsbetrachtung) des Biegetragverhaltens mit und ohne Normalkrafteinwirkungen am gesamten Querschnitt, für welche analytische (Näherungs-)Lösungen angegeben werden. Mit zwei Fallbeispielen (Bemessung und Überprüfung) wird die Anwendung der Modellvorstellung aufgezeigt. Ebenfalls mittels Querschnittsbetrachtung können mit Hilfe der Fliessbedingung für den kreisrunden Betonquerschnitt diejenigen Bereiche des Bauteils eruiert werden, in welchen keine Querkraftbewehrung notwendig ist und demnach die Querkrafteinwirkung über die direkte Abstützung resp. Bogentragwirkung abgetragen wird.

Die neue Modellvorstellung schliesst die bestehende Lücke in den Schweizer Normen SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011) und SIA 262 (2025) und ermöglicht eine praxisgerechte Bemessung und Überprüfung von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt. Sie bildet die Grundlage für künftige Normanpassungen und weiterführende Forschungsarbeiten.



## Résumé

La présente étude porte sur la résistance au cisaillement des éléments en béton armé à section circulaire, utilisés notamment dans la construction comme piles de ponts, poteaux de bâtiments, pieux de fondation ou éléments de parois de pieux.

Dans les normes suisses SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011) ainsi que SIA 262 (2025), les vérifications de la sécurité structurale des éléments en béton armé à section circulaire sollicités en flexion avec effort normal sont traitées de manière exhaustive.

En revanche, concernant la résistance au cisaillement, il est uniquement précisé que la contribution d'une armature transversale circulaire peut être estimée à 70% de celle d'une armature transversale rectangulaire de même hauteur. Aucune indication supplémentaire n'est fournie ni sur la contribution du béton à la résistance au cisaillement ni sur les dimensions de l'âme à considérer lors de la vérification.

Dans le cadre de ce projet de recherche, un modèle de résistance au cisaillement des éléments en béton armé à section circulaire a été développé, applicable aussi bien au dimensionnement de nouvelles structures qu'à la vérification d'ouvrages existants, conformément aux normes SIA 262 (2025), SIA 269/2 (2011) ainsi qu'à l'EC 2 (2023).

Le modèle destiné à la vérification des structures existantes repose sur un comportement rigide-plastique idéal de l'armature transversale et du béton, complété notamment par un comportement élasto-plastique du béton de l'âme en compression. Cela permet de prendre en compte l'influence de la flexion et de l'effort normal, sur la résistance au cisaillement. La comparaison avec des données expérimentales issues de la littérature montre une concordance satisfaisante.

Le modèle utilisé pour le dimensionnement de nouvelles structures s'appuie sur l'analyse des champs de contraintes avec inclinaison variable des champs de compression, conformément aux normes SIA 262 (2013) et SIA 262 (2025). Concernant l'effet de l'armature transversale circulaire et la largeur théorique de l'âme de la section réduite qui en résulte, les propositions de Schwartz (2002) et de l'EC 2 (2023) sont reprises. Celles-ci sont complétées par une méthode de calcul prenant en compte le comportement en flexion, avec ou sans effort normal, appliquée à cette section réduite.

Le principe de modélisation de la résistance au cisaillement repose sur l'analyse de la section en flexion, avec ou sans l'influence d'efforts normaux. Pour cette analyse, des solutions analytiques approximatives sont proposées. À l'aide de deux exemples (dimensionnement et vérification), l'application du modèle est illustrée. Par ailleurs, l'étude de la section, associée à la condition de plasticité pour une section circulaire en béton, permet de déterminer les zones de l'élément ne nécessitant aucune armature de cisaillement. Dans ces zones, l'effort tranchant est repris par appui direct respectivement par effet de voûte.

La nouvelle approche de modélisation comble la lacune existante dans les normes suisses SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011) et SIA 262 (2025), et permet un dimensionnement ainsi qu'une vérification adaptée à la pratique des éléments en béton armé à section circulaire. Elle constitue le fondement de futures adaptations normatives et de travaux de recherche complémentaires.



## Summary

The shear resistance of reinforced concrete structural elements with circular cross-sections — a geometric form frequently employed in the design of bridge piers, columns, piles, and pile retaining walls — is addressed in this report.

The current Swiss codes SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011), and the newly revised SIA 262 (2025) provide comprehensive rules for the design of circular reinforced concrete sections at the ultimate limit state under bending and combined axial force.

In contrast, with regard to their shear resistance, it is currently only noted that the effectiveness of circular shear reinforcement may be estimated as 70% of that of rectangular shear reinforcement. Additional guidance is lacking, in particular regarding the concrete contribution to shear resistance for the assessment of existing structures and the equivalent web thickness to be considered in the design of new structural members.

A unified shear capacity model for reinforced concrete members with circular cross-sections has been developed within the framework of this research project, for both the design of new structures and the assessment of existing ones. The model remains consistent with SIA 262 (2025), SIA 269/2 (2011) and EC 2 (2023).

For structural assessments, the model adopts rigid–perfectly plastic behaviour for the shear reinforcement and the concrete, augmented by an elastic–plastic compression model for the effective concrete web. This approach provides a mechanically consistent consideration of flexural behaviour, with and without axial compression. Comparison with published test results shows appropriate agreement.

Building on this, the model developed for the design of new structures relies on the analysis of stress fields with variable inclination of the compression struts, as specified in SIA 262 (2013) and SIA 262 (2025). The effectiveness of circular shear reinforcement and the theoretical web thickness of the resulting reduced cross-section are adopted from the proposals of Schwartz (2002) and EC 2 (2023), and are supplemented by a calculation procedure for flexural behaviour with and without axial compression at the reduced cross-section.

The basis for the model of shear resistance is the sectional analysis of flexural behaviour, with and without axial force, across the entire cross-section, for which analytical (approximate) solutions are provided in this report. Two worked examples — illustrating both the design of new elements and the assessment of existing structural members — demonstrate the practical application of the proposed approach. Furthermore, by using cross-sectional analysis in combination with the yield criterion for circular reinforced concrete sections, regions requiring no shear reinforcement — where shear is carried by direct strut respectively compression arch action — can be identified.

The proposed new model closes the existing gap in the Swiss codes SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011) and SIA 262 (2025), enabling a practice-oriented design and assessment of reinforced concrete members with circular cross-sections. It provides the basis for future code revisions and further research.



## Verdankung

An der Datenbank zu den Querkraftversuchen an Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigen Querschnitten haben die Masterstudierenden Martin Büeler, Nino Fanger, Pascal Gitz, Micha Krähenbühl, Danijela Markos und Lukas Maul des Instituts für Bauingenieurwesen (IBI) der Hochschule Luzern, Technik & Architektur mitgearbeitet.

Zudem sei unserem Mitarbeiter Dr. Christian Spathelf für die redaktionelle Unterstützung herzlich gedankt sowie Arnaud Deillon für die französische Übersetzung der Zusammenfassung.

Das Departement Technik & Architektur der Hochschule Luzern (HSLU) unterstützte das Forschungsprojekt finanziell; herzlichen Dank dafür.

Der Arbeitsgruppe Brücken, Geotechnik und Tunnel (AG BGT) resp. deren Begleitkommission sei für die finanzielle Unterstützung resp. die konstruktiven Diskussionen und die nützlichen Anregungen herzlich gedankt.



# 1 Einleitung

## 1.1 Ausgangslage

Brückenstützen, Stützen im Hochbau sowie Pfähle und Bohrpfahlwände werden zum einen aufgrund des uniformen Tragverhaltens in allen Richtungen quer zu ihrer Längsachse und zum anderen aufgrund der Ästhetik sowie der Ausführungstechnik (z. B. Bohrung) häufig mit einem kreisrunden Querschnitt ausgeführt. Diese Stahlbetonbauteile erfahren neben der Beanspruchung in ihrer Längsrichtung (Normalkraftbeanspruchung) oftmals auch signifikante Biege- und somit Querkraftbeanspruchungen quer zu ihrer Längsrichtung. Insbesondere in Bestandsbauten mit Pfählen und Bohrpfahlwänden wurde in der Vergangenheit bei der Bemessung der Fokus auf die Längsbewehrung gelegt; die Querkraftbewehrung diente häufig nur zur Lagesicherung der Längsbewehrung. Eine Bemessung der Querkraftbewehrung zur Sicherstellung des Querkraftwiderstands fand nicht zwingend statt; mitunter auch weil Bemessungsvorschriften fehlten. Zur einfacheren Aufwicklung der Spiralbewehrungen um die Längsbewehrung bestand die Spiralbewehrung früher auch aus glattem (nicht geripptem) Baustahl.

## 1.2 Problemstellung

Die Nachweise der Tragsicherheit für diese vorwiegend schlaff bewehrten Stahlbetonbauteile mit kreisförmigem Querschnitt sind in der Norm SIA 262 (2013) bezüglich Biegung und Biegung mit Normalkraft umfassend geregelt. Für den Querkraftwiderstand mit kreisförmigem Querschnitt ohne Querkraftbewehrung fehlen zwar entsprechende Bestimmungen in der Norm SIA 262 (2013); derartige Bauteile sollten mit Berücksichtigung der Ziffern 4.3.3.1.1 und 4.3.3.1.2 in der Baupraxis nicht umgesetzt werden. Für den Querkraftwiderstand mit kreisförmiger Querkraftbewehrung enthält die Ausgabe 2013 der Norm SIA 262 erstmals einen Hinweis zur Bestimmung des Anteils der Querkraftbewehrung am Querkraftwiderstand mit der Ziffer 4.3.3.4.4: „Ohne genauere Untersuchungen kann der Widerstand einer kreisförmigen Querkraftbewehrung zu 70% des Widerstands einer rechteckigen Querkraftbewehrung derselben Höhe angenommen werden“. Beim Nachweis des Betondruckfelds am Querkraftwiderstand von Bauteilen mit kreisförmigem Querschnitt fehlen entsprechende Bestimmungen für die Bemessung in der Norm SIA 262 (2013); jedoch fehlen Bestimmungen auch bei einer Überprüfung bestehender Bauteile auf Grundlage der Norm SIA 269/2 (2011). Darüber hinaus fehlt in beiden erwähnten Normbestimmungen die Begrenzung resp. Nachweise des Betondruckfelds mit kreisförmiger Querkraftbewehrung. Der Handlungsbedarf für die Bemessung neuer und insbesondere die Überprüfung bestehender Stahlbetonbauteile mit kreisförmigem Querschnitt war demnach gegeben und wurde durch die Einladung zur Einreichung eines Forschungsgesuchs seitens der Arbeitsgruppe Brücken, Geotechnik und Tunnel des Bundesamts für Strassen (ASTRA) folgerichtig lanciert.

## 1.3 Stand der Forschung

### 1.3.1 Modellvorstellungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit rechteckigem Querschnitt

Der Querkraftwiderstand von Querschnittselementen wie beispielsweise Fahrbahnplatten und Längsträger von Brückenträgern wurde eingehend durch Prof. em. Dr. Aurelio Muttoni an der EPFL experimentell untersucht und zugehörige Modellvorstellungen unter dem Begriff «Critical shear crack theory (CSCT)» entwickelt, Muttoni (2003), Muttoni (2008) u. ff.. Diese Modellvorstellung wurde in nationalen sowie diversen internationalen Normenwerken integriert, z. B. SIA 262 (2013).

Die grundlegenden Arbeiten von Collins et al. (1996) zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen führten zusammen mit den Arbeiten zum gerissenen Scheibenmodell [Kaufmann (1998), Kaufmann und Marti (1998), Sigrist (2011)] und den erwähnten Modellvorstellungen von Prof. em. Dr. Aurelio Muttoni zu dem in der Baupraxis sehr nützlichen Bestimmungen im MC 2010 (2013), Sigrist et al. (2013).

Eine vielversprechende Modellvorstellung wurde von Prof. em. Dr. Peter Marti für Stahlbetonbauteile ohne Querkraftbewehrung entwickelt [Marti und Beck (2016)], welche im Rahmen eines ASTRA Projekts auf Stahlbetonbauteile mit eingeschränkt verankerter Querkraftbewehrung angewendet und erweitert wurde [Marti et al. (2016)].

### 1.3.2 Modellvorstellungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt

An der Universität von Kalifornien in San Diego wurde das sogenannte UCSD-Modell entwickelt zur Bestimmung des Querkraftwiderstands von zyklisch beanspruchten Stützen mit kreisrundem Querschnitt, [Priestley et al. (1994)]. Gemäss diesem UCSD-Modell resultiert der Querkraftwiderstand aus der Summe von drei Anteilen. Zum einen der Querkraftwiderstand des Betons, zum andern wird der Einfluss einer Normaldruckkraft mit einem Ansatz auf Grundlage eines Sprengwerks bestimmt und letzters der Anteil der Querkraftbewehrung. Die Modellvorstellung erfuhr viele Ergänzungen und Modifikationen, beispielsweise durch Kowalsky und Priestley (2000).

Schwartz (2002) zeigte in seiner Arbeit exemplarisch den Kraftfluss in einem rückverankerten Pfahl sowie einer Bohrpfahlwand mit Längs- und Querbeanspruchung auf. Interessant ist der relativ kleine Bereich entlang der Bohrpfahlwand, in dem eine Querkraftbewehrung notwendig wird. Zudem entwickelte er mit Spannungsfeldern einen Ansatz zur Bemessung der Querkraftbewehrung in kreisrunden Stahlbetonquerschnitten auf Grundlage des unteren Grenzwertsatzes der Plastizitätstheorie.

Mehr oder weniger gleichzeitig wurden in den Jahren 2006 bis 2011 in Europa drei Dissertationen zum Thema verfasst, Merta (2006), Bender (2009) und Jensen (2011). In der Modellvorstellung von Merta (2006) resultiert der Querkraftwiderstand für kreisförmige Querschnitte aus einem Anteil ohne Querkraftbewehrung und einem Anteil der Querkraftbewehrung, sofern vorhanden. Der erste Anteil basiert auf einem empirischen Ansatz; beim zweiten Anteil werden die Anteile der Querkraftbewehrung und die sich daraus ergebenden Umlenkkräfte addiert.

Auch bei Bender (2009) resultiert der Querkraftwiderstand aus den beiden genannten Anteilen ohne und mit Querkraftbewehrung sofern vorhanden. Für den erstgenannten Anteil entwickelt Bender (2009) sowohl ein mechanisches als auch ein empirisches Modell, letzteres in Anlehnung an die entsprechenden Beziehungen im EC 2 (2004). Beim Anteil mit Querkraftbewehrung berücksichtigt Bender (2009) die Mitwirkung

der kreisförmigen Bügel und dem umschnürten Beton und quantifiziert die Anteile für verschiedene Bügelformen. Der Anteil ohne Querkraftbewehrung eignet sich auch für die Überprüfung von Stahlbetonbauteilen mit geringen Querkraftbewehrungsgehalten. Hoang und Jensen (2010) beschreiben den Querkraftwiderstand kreisförmiger Querschnitte auf Grundlage eines übereinstimmenden oberen und unteren Grenzwerts der Traglastverfahren und vergleichen die Lösung mit eigenen Versuchen in Jensen et al. (2010) mit verhältnismässig viel Querkraftbewehrung. Zudem entwickelten Jensen und Hoang (2009) eine Modellvorstellung zur Berücksichtigung einer Normaldruckkraft und weiteren Einflussparametern aufbauend auf dem „Crack Sliding Model (CSM)“, Nielsen und Hoang (2016). Der Vergleich dieser Modellvorstellung mit Versuchsdaten in Jensen und Hoang (2009) zeigt eine gute Übereinstimmung, die Modellparameter des CSM sind jedoch nicht direkt vereinbar mit den Ansätzen der SIA 262 (2013).

### **Fazit zu den recherchierten Modellvorstellungen**

Das UCSD-Modell sowie die Modellvorstellungen nach Merta (2006) und Bender (2009) bauen teilweise auf empirischen Ansätzen auf und widerspiegeln somit nicht die in der Norm SIA 262 (2013) enthaltenen, auf mechanischen Ansätzen basierenden Modellvorstellungen.

Die Modellvorstellung nach Schwartz (2002) ist für die Bemessung von neuen Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt geeignet; sie vernachlässigt jedoch den Tragwiderstand des Betons bei vorhandener Querkraftbewehrung und unterschätzt somit bei der Überprüfung von bestehenden Stahlbetonbauteilen den Querkraftwiderstand. Für die Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung und die theoretische Stegbreite werden die Vorschläge gemäss Schwartz (2002) und EC 2 (2023) im vorliegenden Bericht übernommen.

Die Modellvorstellung nach Hoang und Jensen (2010) basiert auf mechanischen Grundlagen und berücksichtigt die wesentlichen Einflussparameter. Diese Modellvorstellung wird als Grundlage für die im vorliegenden Bericht vorgestellte Modellvorstellung verwendet, womit das Ziel einer Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt in Anlehnung an SIA 262 (2025), SIA 269/2 (2011) und EC 2 (2023) erreicht werden kann.

### **1.3.3 Versuche zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt**

In den Datenbanken PEER Structural Performance Database und NEES:ACI 369 Circular Column Database sind viele Versuche an Stahlbetonstützen mit kreisförmigen Querschnitten enthalten. Der Fokus dieser Versuche lag im Verformungsvermögen von Stahlbetonstützen unter zyklischer Beanspruchung, beispielsweise für den Erdbebenlastfall.

Bender (2009) beinhaltet eine umfangreiche Datenbank von nicht zyklisch beanspruchten Versuchen mit kreisförmigen Querschnitten. Diese dient als Grundlage für die Datenbank in Abschnitt A.2.

### 1.3.4 Normbestimmungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt

Die Hinweise in den Normen SIA 262 (2013) und SIA 269/2 (2011) zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt sind in Abschnitt 1.2 aufgeführt.

Im MC 2010 (2013) und MC 2020 (2024) sind keine spezifischen Hinweise oder Bestimmungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt enthalten.

Auch im EC 2 (2004) fehlen entsprechende Bestimmungen zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt. Hingegen beschreibt eine Auslegung des Normenausschusses Bauwesen (2012) ein mögliches Verfahren zur Überführung eines Kreisquerschnitts in einen äquivalenten Rechteckquerschnitt und somit der Bestimmung des Querkraftwiderstands mit den Bestimmungen der Deutschen Industrienorm DIN 1045-1 [Pertz (1979), Obst (1981), Siemer und Kröger (1981), Neuser und Häusler (2005)], welche denjenigen im EC 2 (2004) als Grundlage dienen. Im EC 2 (2023) sind Angaben zur theoretischen Stegbreite in einem kreisrunden Querschnitt enthalten sowie die Wirksamkeit der kreisrunden Querkraftbewehrung zur Ermittlung des Querkraftwiderstands beschrieben.

Ebenfalls geometrische Bestimmungen zur Überführung eines Kreisquerschnitts in einen äquivalenten Rechteckquerschnitt sind im ACI 318 (2019) enthalten, basierend auf den Untersuchungen von ACI-ASCE Committee 426 (1973), Capon und Cossio (1966) und Khalifa und Collins (1981). Zudem sind im ACI 318 (2019) wertvolle konstruktive Hinweise und Bestimmungen für Stützen unter zyklischer Querkraftbeanspruchung (Erdbeben) enthalten.

## 1.4 Übersicht

### 1.4.1 Vorgehen, Methodik

Das vorliegende Forschungsprojekt wurde in vier Projektphasen: A Ergänzendes Literaturstudium, B Datenbank, C Widerstandsmodell und D Bericht unterteilt.

In der Projektphase A wurde das im Rahmen des Forschungsgesuchs durchgeführte Literaturstudium ergänzt. Im Fokus standen dabei die in Unterabschnitt 1.3.3 erwähnten Datenbanken von Stahlbetonstützen, in denen Versuche mit Querkraftversagen vorzufinden sind.

In der Projektphase B wurden die Versuchsergebnisse der Projektphase A in einer Datenbank zusammengefasst und aufbereitet, so dass diese Daten öffentlich zugänglich gemacht werden können.

In der Projektphase C wurde aufbauend auf dem Literaturstudium verschiedener Widerstandsmodelle der Projektphase A ein neues Widerstandsmodell zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt mittels Querschnittsbetrachtung vorgeschlagen, mit dem Ziel einer Modellvorstellung in Anlehnung an die Normen SIA 262 (2013) und SIA 269/2 (2011).

In der letzten Projektphase D wurden die Projektphasen A bis C in den vorliegenden Forschungsbericht des ASTRA zusammengefasst. Darin sollte die baupraktische Anwendung der neuen Modellvorstellung mittels Fallbeispielen (Neubau und Bestand) aufgezeigt und veranschaulicht werden.

### 1.4.2 Inhaltsübersicht Bericht

Kapitel 2 beschreibt das Tragverhalten von schlaff bewehrten Stahlbetonbauteilen mit kreisrundem Querschnitt für Biegung mit Normalkraft als Grundlage für die nachfolgenden Berechnungen zu deren Querkraftwiderstand.

In Kapitel 3 werden verschiedene Aspekte des Querkrafttragverhaltens von Stahlbetonbauteilen dargestellt, mit Hilfe derer im nachfolgenden Kapitel 4 die Modellvorstellung für kreisförmige Querschnitte hergeleitet wird. Zunächst erfolgt die Bestimmung der Schubspannungen im ungerissenen und gerissenen Kreisquerschnitt. Anschliessend wird die Tragwirkung (Umschnürung) einer kreisförmigen Querkraftbewehrung erörtert. Zudem wird auf die Betondruckfestigkeit im ebenen Spannungszustand und die Berücksichtigung des spröden Verhaltens höherfester Betone eingegangen. Schliesslich werden verschiedene Anteile der Querkraftwiderstände in Stahlbetonbauteilen aufgezeigt.

Kapitel 4 enthält die neue Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt, welche auf das starr - ideal plastische Verhalten der Querkraftbewehrung und des Betons für die Überprüfung bestehender Tragwerke gründet. Darauf aufbauend basiert die Modellvorstellung für die Bemessung neuer Tragwerke auf der Betrachtung von Spannungsfeldern mit variabler Neigung der Druckfelder und entspricht demnach einem unteren, statischen Grenzwert der Traglastverfahren.

In Kapitel 5 wird die neue Modellvorstellung mit den Versuchen aus der Datenbank und den anderen Modellvorstellungen gemäss Abschnitt 1.3 verglichen und validiert.

Die Fallbeispiele in Kapitel 6 dienen zur Veranschaulichung der Anwendung der neuen Modellvorstellung für die Bemessung von neuen und die Überprüfung bestehender Tragwerke.

Verschiedene Bemerkungen und Empfehlungen für weiterführende Untersuchungen schliessen den Bericht ab.

In den Anhängen sind die relevanten Beziehungen der weiteren Modellvorstellungen gemäss Unterabschnitt 1.3.2 sowie die Datenbank der Querkraftversuche mit kreisförmigen Querschnitten enthalten.



## 2 Biegetragverhalten

In diesem Kapitel wird das Tragverhalten von schlaff bewehrten Stahlbetonbauteilen mit kreisrundem Querschnitt für Biegung mit Normalkraft als Grundlage für die nachfolgenden Berechnungen zu deren Querkraftwiderstand beschrieben.

### Annahmen, Voraussetzungen

Die Querschnittsfläche der gesamten Längsbewehrung  $A_s$  wird gleichmässig über den Kreisumfang mit Radius  $r_s$  angenommen, womit

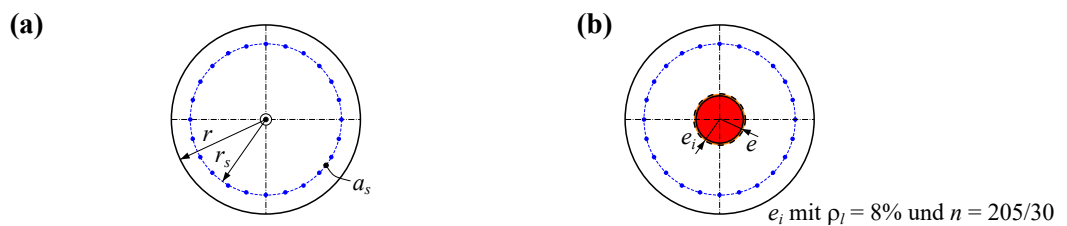
$$a_s = \frac{A_s}{2r_s\pi} \quad (2.1)$$

resultiert, Abbildung 2.1(a). Der Radius  $r_s$  beschreibt dabei die Lage der Mittelpunkte der Längsbewehrung.

Für den geometrischen Bewehrungsgehalt der Längsbewehrung bezogen auf den Bruttoquerschnitt des Betons ergibt sich

$$\rho_l = \frac{A_s}{\pi r^2} = \frac{2a_s r_s}{r^2} \quad (2.2)$$

Zudem wird vorausgesetzt, dass die Querschnitte eben und zur verformten Stabachse senkrecht bleiben.



**Abbildung 2.1:** Biegetragverhalten: (a) Bezeichnungen; (b) Kern des Querschnitts.

### 2.1 Ungerissenes Verhalten (Zustand I)

Unter Berücksichtigung der Mitwirkung des Betons bis zum Erreichen der Zugfestigkeit des Betons von  $f_{ct}$  lässt sich das Rissmoment  $M = M_{cr}$  unter gleichzeitig wirkender Normalkrafteinwirkung (Druckkraft negativ) wie folgt bestimmen

$$M_{cr} = \left( f_{ct} r^2 \pi - \frac{N}{1 + \rho_l (n - 1)} \right) \left( \frac{r}{4} + \frac{\rho_l r_s^2}{2r} (n - 1) \right) \quad (2.3)$$

wobei die ideelle Querschnittsfläche  $A_i$  und das ideelle Flächenträgheitsmoment  $I_i$

$$\begin{aligned} A_i &= \pi r^2 + 2a_s \pi r_s (n-1) \\ I_i &= \frac{\pi}{4} r^4 + a_s r_s^3 \pi (n-1) \end{aligned} \quad (2.4)$$

mit der Wertigkeit

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (2.5)$$

berücksichtigt und die Zugfestigkeit des normalfesten Betons aus dessen Druckfestigkeit  $f_c$  (Zylinderdruckfestigkeit) gemäss Raphael (1984) mit

$$f_{ct} = 0.3 \text{ MPa} \cdot \left( \frac{f_c}{\text{MPa}} - 8 \right) \quad (2.6)$$

bestimmt werden kann.

Unter Vernachlässigung der Längsbewehrung sowie der Zugfestigkeit des Betons kann aus (2.3) der Kern des Querschnitts <sup>1</sup> mit  $M = Ne$ , wobei  $e$  die Kernweite beschreibt, direkt abgelesen werden

$$e = \frac{r}{4} \quad (2.7)$$

Wird hingegen die Längsbewehrung berücksichtigt, beschreibt  $e_i$  den Kern des Querschnitts wie folgt, Abbildung 2.1(b)

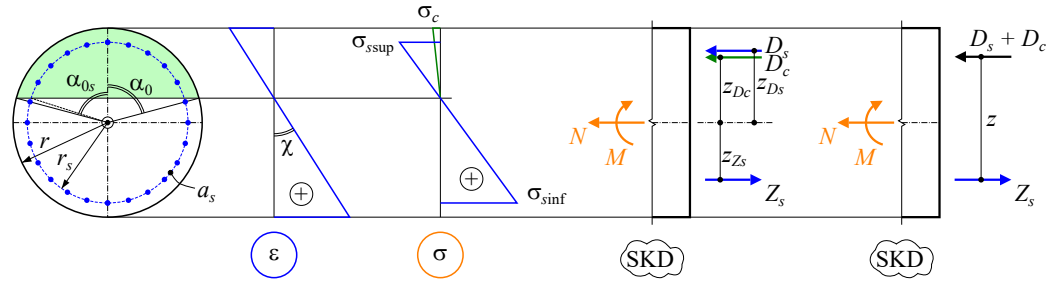
$$e_i = \frac{\frac{r}{4} + \rho_l \frac{r_s^2(n-1)}{2r}}{1 + \rho_l(n-1)} \quad (2.8)$$

## 2.2 Gerissen linear elastisches Verhalten (Zustand IIa)

Unter der Voraussetzung von linear elastischem Materialverhalten für den Betonstahl und den Beton sowie der Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons ergeben sich die in Abbildung 2.2 dargestellten Biegekräfte (innere Zug- und Druckkräfte) zu

$$\begin{aligned} D_c &= \frac{1}{6} \chi r^3 E_c \left[ 4 \sin^3(\alpha_0) - 3 \cos(\alpha_0) (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) \right] \\ D_s &= 2\chi r_s^2 a_s (E_s - E_c) [\sin(\alpha_{0s}) - \alpha_{0s} \cos(\alpha_{0s})] \\ Z_s &= 2\chi r_s^2 a_s E_s [(\pi - \alpha_{0s}) \cos(\alpha_{0s}) + \sin(\alpha_{0s})] \end{aligned} \quad (2.9)$$

<sup>1</sup>Greift die Normalkraft  $N$  innerhalb des Kerns des Querschnitts an, hat die Normalspannung über den ganzen Querschnitt dasselbe Vorzeichen einer Druckspannung.



**Abbildung 2.2:** Biegetragverhalten gerissen elastisch (Zustand IIa) ohne Betonzugfestigkeit.

Die zugehörigen Biegemomente bezugnehmend auf das Kreiszentrum betragen

$$\begin{aligned}
 M_{D_c} &= 2\chi r^4 E_c \left[ \frac{1}{32} (4\alpha_0 - \sin(4\alpha_0)) - \frac{1}{3} \sin^3(\alpha_0) \cos(\alpha_0) \right] \\
 M_{D_s} &= \frac{1}{2} \chi r_s^3 a_s (E_s - E_c) [\sin(2\alpha_{0s}) + 2(\alpha_{0s} - 2\cos(\alpha_{0s})\sin(\alpha_{0s}))] \\
 M_{Z_s} &= \frac{1}{2} \chi r_s^3 a_s E_s [2(2\cos(\alpha_{0s})\sin(\alpha_{0s}) - \alpha_{0s}) - \sin(2\alpha_{0s}) + 2\pi]
 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Durch Einsetzen von (2.9) und (2.10) in die nachfolgenden Gleichgewichtsbedingungen (2.11) am Schnittkörperdiagramm (SKD) in Abbildung 2.2 ergibt sich ein nichtlineares Gleichungssystem mit einer transzendenten Gleichung zur Bestimmung des Winkels  $\alpha_0$  zur Druckzone sowie der Krümmung  $\chi$

$$\begin{aligned}
 \sum_{SKD}^{+} F_x &= 0 = -N - D_c - D_s + Z_s \quad \Rightarrow \quad N = Z_s - D_s - D_c \\
 \sum_{SKD}^{+} M_{y_0} &= 0 = -M + M_{D_c} + M_{D_s} + M_{Z_s} \quad \Rightarrow \quad M = M_{Z_s} + M_{D_s} + M_{D_c}
 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Zwischen den Winkeln  $\alpha_0$  und  $\alpha_{0s}$  besteht dabei folgender Zusammenhang

$$\cos(\alpha_{0s}) = \frac{r}{r_s} \cos(\alpha_0) \quad (2.12)$$

Geometrisch bedingt müssen die Terme  $D_s$  und  $M_{D_s}$  resp.  $Z_s$  und  $M_{Z_s}$  zu null gesetzt werden, falls  $\alpha_0 \leq \arccos(\frac{r_s}{r})$  resp.  $\alpha_0 \geq \arccos(\frac{-r_s}{r})$

Die Abstände vom Kreiszentrum zu den Wirkungslinien der Biegekräfte betragen

$$z_{D_c} = \frac{M_{D_c}}{D_c}, \quad z_{D_s} = \frac{M_{D_s}}{D_s}, \quad z_{Z_s} = \frac{M_{Z_s}}{Z_s} \quad (2.13)$$

wobei der Abstand zur Wirkungslinie der Druckresultierenden ( $D_c + D_s$ ) wie folgt bestimmt werden kann.

$$z_D = \frac{z_{D_c} D_c + z_{D_s} D_s}{D_c + D_s} = \frac{M_{D_c} + M_{D_s}}{D_c + D_s} \quad (2.14)$$

Schliesslich resultiert für den Hebelarm der Biegekräfte

$$z = z_D + z_{Z_s} \quad (2.15)$$

und die extremalen Randnormalspannungen ergeben sich zu

$$\begin{aligned}\sigma_c &= -\chi r E_c (1 - \cos(\alpha_0)) \\ \sigma_{ssup} &= -\chi r_s E_s (1 - \cos(\alpha_{0s})) \\ \sigma_{sinf} &= \chi r_s E_s (1 + \cos(\alpha_{0s}))\end{aligned}\quad (2.16)$$

Abbildung 2.3 zeigt den Hebelarm der Biegekräfte  $z$  normiert mit dem Radius  $r$  in Abhängigkeit der Winkels  $\alpha_0$  zur Druckzone. Die Variation des Hebelarms ist relativ gering und kann im Mittel in guter Näherung mit dem 1.3-fachen des Radius  $r$  angenähert werden.

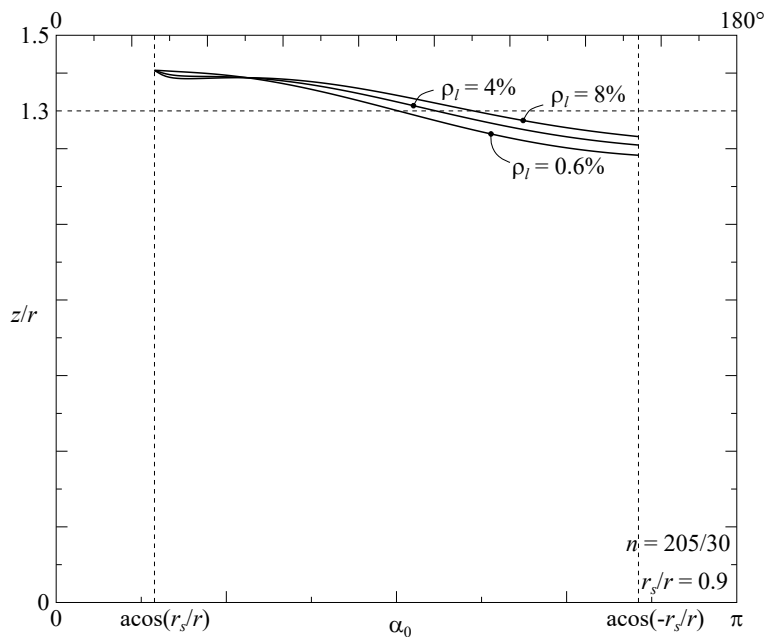
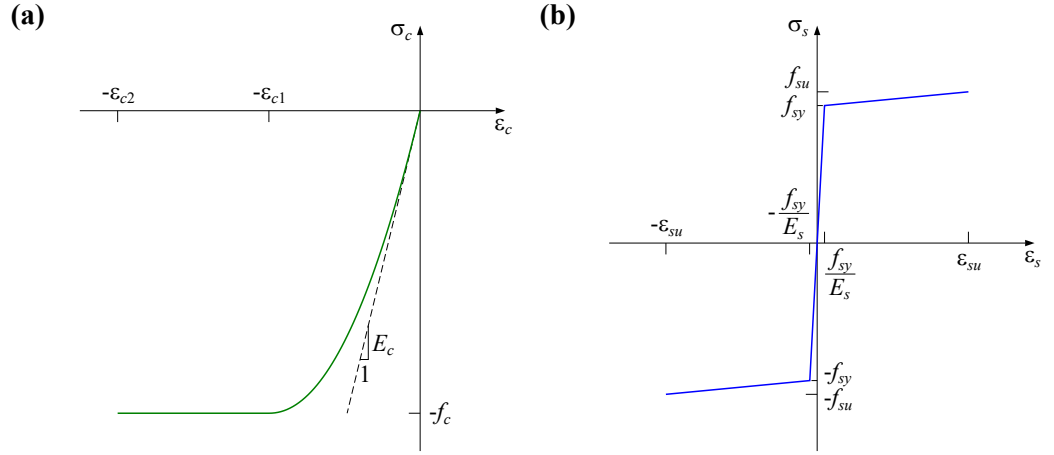


Abbildung 2.3: Hebelarm der Biegekräfte im gerissen elastischen Zustand IIa.

## 2.3 Gerissen elastisch - plastisches Verhalten (Zustand IIb)

Das gerissen, elastisch-plastische Biegetragverhalten kann mit den in Abbildung 2.4 dargestellten Werkstoffbeziehungen für den Beton und den Betonstahl beschrieben werden.



**Abbildung 2.4:** Idealierte Werkstoffbeziehungen für den: (a) Beton; (b) Betonstahl.

Das Verhalten des Betons in der Biegedruckzone kann gemäss Quast und Busjaeger (1990) mit einer Polynomfunktion bis  $\epsilon_{c1}$  und anschliessend einer konstanten Druckspannung  $f_c$  bis  $\epsilon_{c2}$  approximiert werden.

$$\begin{aligned}\sigma_c(\epsilon_c) &= -f_c \left[ 1 - \left( 1 - \frac{-\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^{E_c \frac{\epsilon_{c1}}{f_c}} \right] & 0 \leq -\epsilon_c \leq \epsilon_{c1} \\ \sigma_c(\epsilon_c) &= -f_c & \epsilon_{c1} < -\epsilon_c \leq \epsilon_{c2}\end{aligned}\quad (2.17)$$

Für den Betonstahl kann eine linear elastische - linear verfestigend plastische Approximation verwendet werden.

$$\begin{aligned}\sigma_s(\epsilon_s) &= \epsilon_s E_s & -\frac{f_{sy}}{E_s} \leq \epsilon_s \leq \frac{f_{sy}}{E_s} \\ \sigma_s(\epsilon_s) &= \frac{\epsilon_s}{|\epsilon_s|} \left[ f_{sy} + \frac{f_{su} - f_{sy}}{\epsilon_{su} - \frac{f_{sy}}{E_s}} \left( |\epsilon_s| - \frac{f_{sy}}{E_s} \right) \right] & \frac{f_{sy}}{E_s} < |\epsilon_s| \leq \epsilon_{su}\end{aligned}\quad (2.18)$$

Die Elastizitätsmoduli werden wie folgt angenommen

$$\begin{aligned}E_s &= 205 \text{ GPa} \\ E_c &= 10 \text{ GPa} \left( \frac{f_c}{1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{3}}\end{aligned}\quad (2.19)$$

Demnach ergeben sich die in Abbildung 2.5 dargestellten Biegekräfte zu

$$\begin{aligned}D_c &= -2 \int_0^{\alpha_0} \sigma_c(\epsilon_c) r^2 \sin^2(\varphi) d\varphi & \text{mit} & \quad \epsilon_c = -\chi r (\cos(\varphi) - \cos(\alpha_0)) \\ D_s &= -2 \int_0^{\alpha_{0s}} (\sigma_s(\epsilon_s) - \sigma_c(\epsilon_s)) a_s r_s d\varphi & \text{mit} & \quad \epsilon_s = -\chi r_s (\cos(\varphi) - \cos(\alpha_{0s})) \\ Z_s &= 2 \int_{\alpha_{0s}}^{\pi} \sigma_s(\epsilon_s) a_s r_s d\varphi & \text{mit} & \quad \epsilon_s = \chi r_s (\cos(\alpha_{0s}) - \cos(\varphi))\end{aligned}\quad (2.20)$$

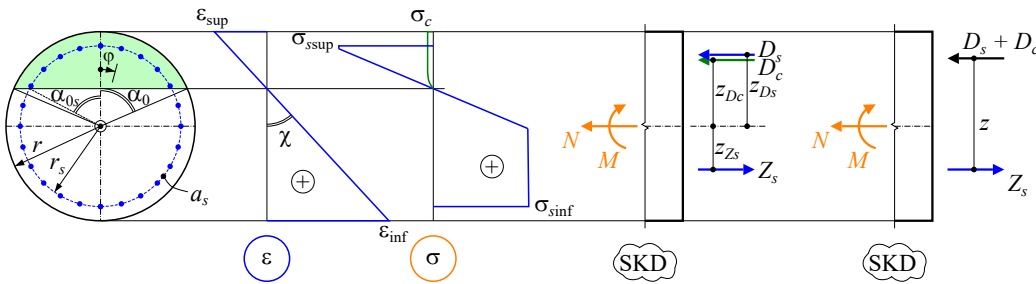
Und die zugehörigen Biegemomente bezugnehmend auf das Kreiszentrum in Abbildung 2.5 betragen

$$M_{Dc} = -2 \int_0^{\alpha_0} \sigma_c(\epsilon_c) r^2 \sin^2(\varphi) (r \cos(\varphi)) d\varphi$$

$$M_{Ds} = -2 \int_0^{\alpha_{0s}} (\sigma_s(\epsilon_s) - \sigma_c(\epsilon_s)) a_s r_s (r_s \cos(\varphi)) d\varphi \quad (2.21)$$

$$M_{Zs} = 2 \int_{\alpha_{0s}}^{\pi} \sigma_s(\epsilon_s) a_s r_s (-r_s \cos(\varphi)) d\varphi$$

Durch Einsetzen von (2.20) und (2.21) in die Gleichgewichtsbedingungen (2.11) am Schnittkörperdiagramm (SKD) in Abbildung 2.5 ergibt sich ein nichtlineares Gleichungssystem mit einer transzendenten Gleichung zur Bestimmung des Winkels  $\alpha_0$  zur Druckzone sowie der Krümmung  $\chi$ . Womit unter Berücksichtigung von (2.12) bis (2.16) der Hebelarm der Biegekräfte sowie die Randnormalspannungen bestimmt werden können.

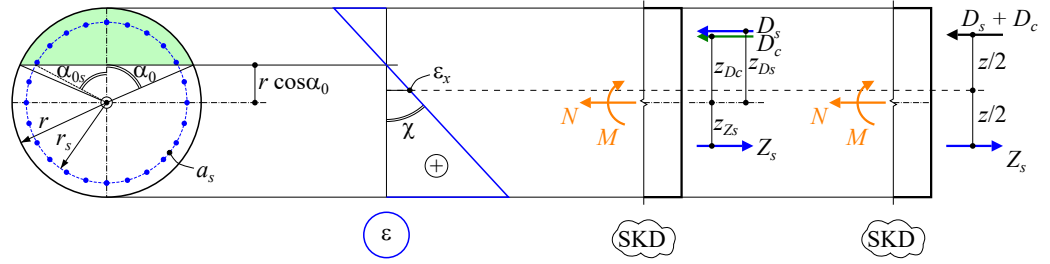


**Abbildung 2.5:** Biegetragverhalten elastisch - plastisch (Zustand IIb) ohne Betonzugfestigkeit.

In Abbildung 2.5 wurden folgende Parameter verwendet  $r = 0.5 \text{ m}$ ,  $r_s = 0.425 \text{ m}$ ,  $a_s = 6.353 \text{ mm}^2/\text{m}$  (24Ø30 mm),  $N = -1500 \text{ kN}$ ,  $M = 3400 \text{ kNm}$ ,  $f_{sy} = 500 \text{ MPa}$ ,  $f_{su} = 550 \text{ MPa}$ ,  $\epsilon_{su} = 50 \text{ mm/m}$ ,  $f_c = f_{cc} = 30 \text{ MPa}$ ,  $\epsilon_{c1} = 2 \text{ mm/m}$ ,  $\epsilon_{c2} = 4 \text{ mm/m}$  und den Elastizitätsmoduli gemäss (2.19) womit  $\alpha_0 = 66.6^\circ$ ,  $\chi = 11.56 \text{ 1/km}$ ,  $\epsilon_{sup} = 3.48 \text{ mm/m}$ ,  $\epsilon_{inf} = 8.07 \text{ mm/m}$ ,  $\sigma_c = -30 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{ssup} = -500.2 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_{sinf} = 505 \text{ MPa}$ ,  $Z_s = 4871 \text{ kN}$ ,  $D_s = 1866 \text{ kN}$ ,  $D_c = 4506 \text{ kN}$ ,  $z_{Zs} = 229 \text{ mm}$ ,  $z_{Ds} = 378 \text{ mm}$ ,  $z_{Dc} = 350 \text{ mm}$  und  $z = 588 \text{ mm}$  resultiert.

### 2.3.1 Dehnung in Stegmitte

In den nachfolgenden Kapiteln 3 und 4 wird die Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte relevant. Die Stegmitte wird mittig zwischen den resultierenden Biegekräften  $Z_s$  resp.  $(D_s + D_c)$  angenommen gemäss Abbildung 2.6.



**Abbildung 2.6:** Biegetragverhalten elastisch - plastisch (Zustand IIb) mit der Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte.

Die Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte bestimmt sich zu

$$\epsilon_x = \chi(z_{Zs} + r \cos(\alpha_0) - z/2) \quad (2.22)$$

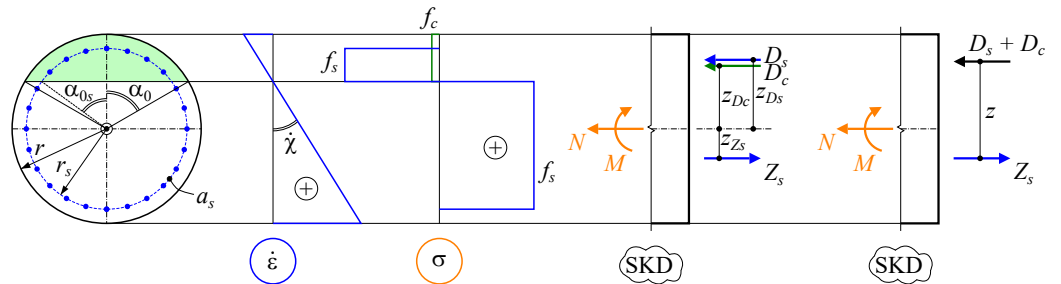
und resultiert im Beispiel von Abbildung 2.5 zu  $\epsilon_x = 1.55 \text{ mm/m}$ .

## 2.4 Biege­widerstand (Zustand III)

### 2.4.1 Biege­widerstand des gesamten Querschnitts

Unter der Voraussetzung von starr - ideal plastischem Materialverhalten für den Betonstahl mit  $f_s$  und den Beton mit  $f_c$  sowie der Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons ergeben sich die in Abbildung 2.7 dargestellten Biegekräfte zu

$$\begin{aligned} D_c &= \frac{1}{2} r^2 f_c (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) \\ D_s &= 2r_s a_s (f_s - f_c) \alpha_{0s} \\ Z_s &= 2r_s a_s f_s (\pi - \alpha_{0s}) \end{aligned} \quad (2.23)$$



**Abbildung 2.7:** Biegetragverhalten starr - ideal plastisch (Zustand III) ohne Betonzugfestigkeit.

Die zugehörigen Biegemomente bezugnehmend auf das Kreiszentrum betragen

$$\begin{aligned} M_{D_c} &= \frac{2}{3} r^3 f_c \sin^3(\alpha_0) \\ M_{D_s} &= 2r_s^2 a_s (f_s - f_c) \sin(\alpha_{0s}) \\ M_{Z_s} &= 2r_s^2 a_s f_s \sin(\alpha_{0s}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Durch Einsetzen von (2.23) und (2.24) in die für den Zustand III identischen Gleichgewichtsbedingungen (2.11) am Schnittkörperdiagramm (SKD) in Abbildung 2.7 ergibt sich ein nichtlineares Gleichungssystem mit einer transzendenten Gleichung zur Bestim-

mung des Winkels  $\alpha_0$  zur Druckzone sowie des zugehörigen Biege widerstands  $M$  unter Vorgabe der Normalkraft  $N$ , wobei die Beziehungen (2.12) bis (2.15) weiterhin gelten.

Für den Biege widerstand  $M = M_u$  resultiert

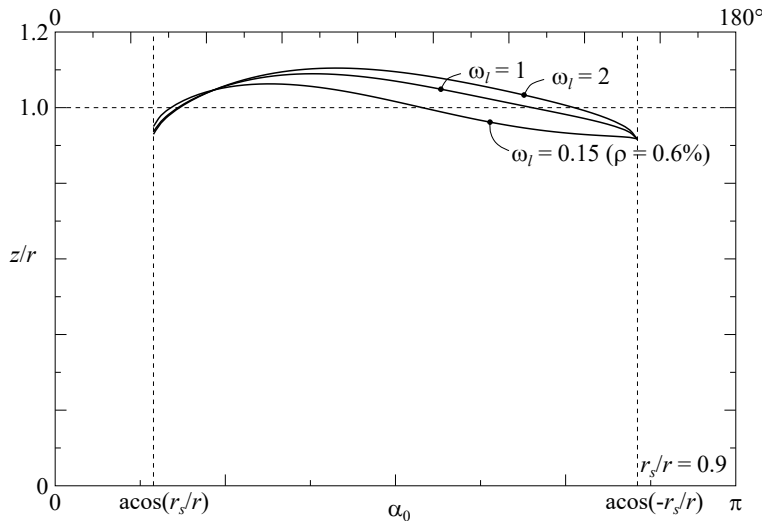
$$M_u = \frac{2}{3} r^3 f_c \sin^3(\alpha_0) + 2 r_s^2 a_s (2 f_s - f_c) \sin(\alpha_{0s}) \quad (2.25)$$

mit dem zugehörigen Hebelarm der Biegekräfte.

$$z = \frac{4}{3} \frac{r^3 f_c \sin^3(\alpha_0) + 3 r_s^2 a_s (f_s - f_c) \sin(\alpha_{0s})}{r^2 f_c (2 \alpha_0 - \sin(2 \alpha_0)) + 4 r_s a_s (f_s - f_c) \alpha_{0s}} + \frac{r_s \sin(\alpha_{0s})}{\pi - \alpha_{0s}} \quad (2.26)$$

Abbildung 2.8 zeigt den Hebelarm  $z$  normiert mit dem Radius  $r$  in Abhängigkeit der Winkels  $\alpha_0$  zur Druckzone mit dem mechanischem Bewehrungsgehalt der Längsbewehrung zu

$$\omega_l = \rho_l \frac{f_s}{f_c} \quad (2.27)$$



**Abbildung 2.8:** Hebelarm der Biegekräfte beim Biege widerstand (Zustand III).

Die Variation des Hebelarms ist relativ gering und kann für baupraktisch übliche Verhältnisse von  $r/r_s$  in guter Näherung mit dem Radius  $r$  gleichgesetzt werden.

Eine Näherungslösung in algebraischer Form für den Winkel  $\alpha_0$  zur Druckzone entsteht durch eine Approximation des Sinusfunktion zwischen 0 bis  $\pi$  durch eine Parabel und einer linearisierten Approximation von (2.12)

$$\alpha_0 \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\eta \left[ \frac{(8 r_s + \pi a_s) f_c}{r f_s \pi} - \frac{4 a_s}{r} + \left( \frac{4}{\pi} + 1 \right) \left( 2 - \frac{f_c}{f_s} \right) \right] + \frac{8(2-\pi) + \pi^2}{16} - \frac{2N}{r^2 f_c} + \eta^2 \frac{16}{\pi^2} + \dots} + \frac{(4-\pi)\pi}{16} + \eta \left( \frac{f_c}{2 f_s} - 1 \right) \quad (2.28)$$

wobei

$$\eta = \frac{a_s f_s \pi^2}{4 r f_c} \quad (2.29)$$

### 2.4.2 Interaktion Biegung mit Normalkraft des gesamten Querschnitts

Die Interaktion zwischen dem Biegemoment  $M$  und der Normalkraft  $N$  lässt sich mittels Variation des Winkels  $\alpha_0$  zur Druckzone in den Beziehungen (2.23) und (2.24) eingesetzt in die Gleichgewichtsbedingungen (2.11) bestimmen. Abbildung 2.9 zeigt die Interaktion für verschiedene mechanische Bewehrungsgehalte der Längsbewehrung für baupraktisch übliche Verhältnisse von  $r/r_s$ .

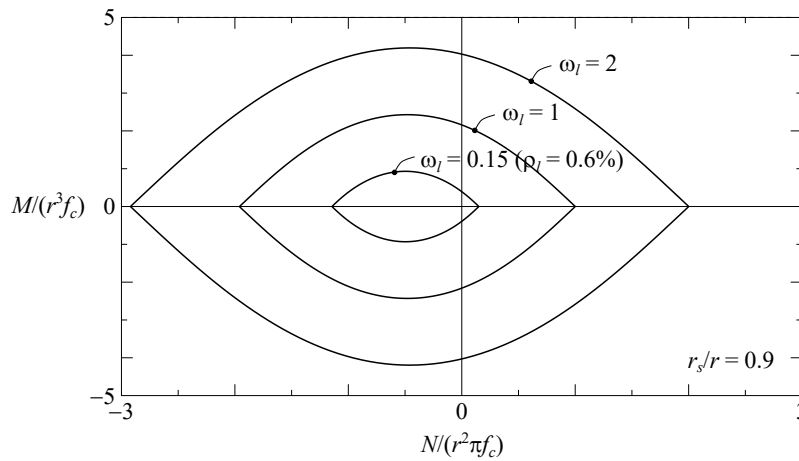


Abbildung 2.9: Interaktion Biegung mit Normalkraft.

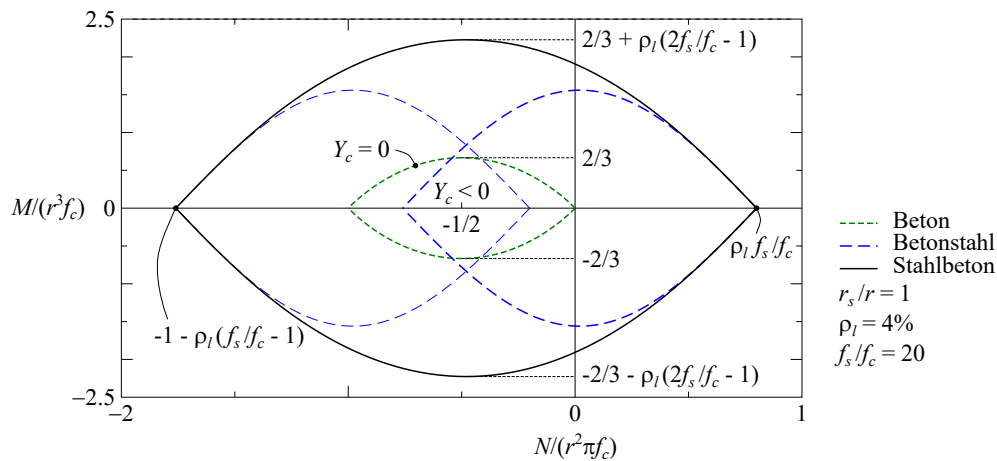
### Fliessfigur für Biegung mit Normalkraft

Für den Spezialfall  $r_s = r$  sind die extremalen Werte der Anteile des Betons und des Betonstahls in der Interaktion in Abbildung 2.10 in Form einer Fliessfigur dargestellt in Abhängigkeit des geometrischen Bewehrungsgehalts und dem Verhältnis der Festigkeiten der beiden Materialien. Baupraktisch interessant und in den Beispielen in Kapitel 6 angewendet, ist die Fliessbedingung für den Anteil des Betons aus (2.23) und (2.24).

$$Y_c = \frac{1}{2} r^2 f_c [2\alpha_M - \sin(2\alpha_M)] + N = 0 \quad (2.30)$$

wobei

$$\sin(\alpha_M) = \left( \frac{|M|}{\frac{2}{3} r^3 f_c} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.31)$$



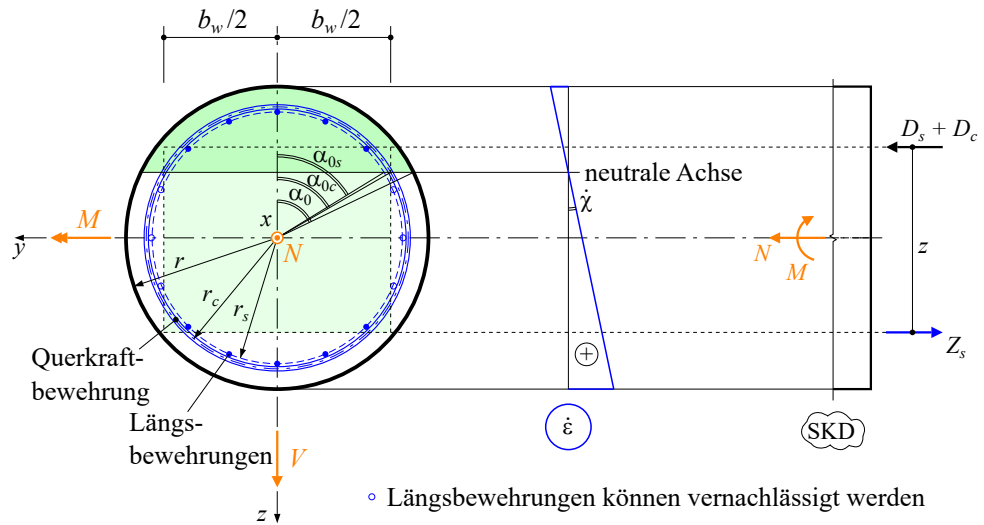
**Abbildung 2.10:** Fließfiguren für Biegung mit Normalkraft mit Anteilen des Betons und des Betonstahls.

Der Einfluss einer endlichen Bewehrungsüberdeckung mit  $r_s \neq r$  könnte durch eine separate Fliessfigur derselben und anschliessender geometrischer Linearkombination überlagert werden, Marti et al. (1999), Seelhofer (2009a).

### 2.4.3 Biegewiderstand am reduzierten Querschnitt zur Querkraftbemessung

Wie später in Abschnitt 4.4 aufgezeigt, wird der Querkraftwiderstand für die Bemessung neuer Tragwerke abhängig von der Lage der neutralen Achse und somit abhängig vom Verhältnis  $b_w/d_c$  zwischen der theoretischen Stegbreite  $b_w$  und dem Durchmesser  $d_c$  zur Mittellinie der kreisförmigen Querkraftbewehrung definiert.

Der Kreisquerschnitt wird bei der Bestimmung des Querkraftwiderstands in Abschnitt 4.4 auf diese theoretische Stegbreite  $b_w$  reduziert angenommen, mit der zugehörigen Richtung der Querkraft  $V$  gemäss Abbildung 2.11. Dieser reduzierte Querschnitt besteht aus einer Biegedruckzone in Form eines Kreissegments, einem Steg mit der theoretischen Stegbreite  $b_w$  und dem Hebelarm der Biegekräfte  $z$  sowie den Längsbewehrungen in der Biegedruck- und Biegezugzone entlang der beiden Kreisbögen mit Radius  $r_s$  innerhalb von  $b_w$ ; mithin können die Längsbewehrungen ausserhalb von  $b_w$  vernachlässigt werden, Abbildung 2.11. Dieser reduzierte Querschnitt resultiert aus den Spannungsfeldern in Schwartz (2002) und bildet die Grundlage für die Querkraftbemessung von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt im EC 2 (2023). Dabei kann die Lage der neutralen Achse resp. die theoretische Stegbreite  $b_w$  des reduzierten Querschnitts beliebig gewählt werden. Nachfolgend wird der Biegewiderstand für diesen reduzierten Querschnitt bestimmt als Grundlage für die Querkraftbemessung in Abschnitt 4.4.



**Abbildung 2.11:** Bezeichnungen am reduzierten Querschnitt zur Querkraftbemessung.

Der Winkel  $\alpha_{0c}$  beschreibt die Lage der neutralen Achse bezüglich dem Radius  $r_c$  zur Mittellinie der kreisförmigen Querkraftbewehrung mit

$$\sin(\alpha_{0c}) = \frac{b_w/2}{r_c} = \frac{b_w}{d_c} \quad (2.32)$$

Zwischen den Winkeln  $\alpha_0$  resp.  $\alpha_{0s}$  und dem mit der Wahl von  $b_w$  festgelegten Winkel  $\alpha_{0c}$  der neutralen Achse bestehen dabei folgende Zusammenhänge gemäss Abbildung 2.11

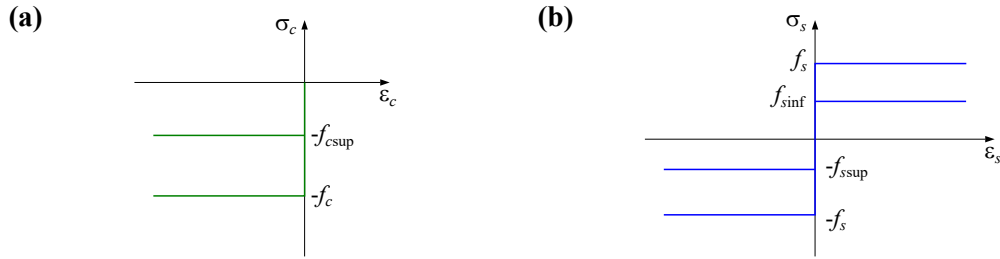
$$\begin{aligned}\cos(\alpha_0) &= \frac{r_c}{r} \cos(\alpha_{0c}) \\ \cos(\alpha_{0s}) &= \frac{r_c}{r_s} \cos(\alpha_{0c})\end{aligned}\tag{2.33}$$

Unter der Voraussetzung von starr - ideal plastischem Materialverhalten gemäss Abbildung 2.12 für den Betonstahl mit den positiv definierten Widerständen  $f_{ssup}$  und  $f_{sinf}$  sowie den Beton mit dem positiv definierten Widerstand  $f_{csup}$  innerhalb der Grenzen

$$\begin{aligned} 0 &\leq f_{s\sup} \leq f_s \\ 0 &\leq f_{s\inf} \leq f_s \\ 0 &\leq f_{c\sup} \leq f_c \end{aligned} \tag{2.34}$$

sowie der Vernachlässigung der Zugfestigkeit des Betons ergeben sich die in Abbildung 2.13 dargestellten Biegekräfte zu

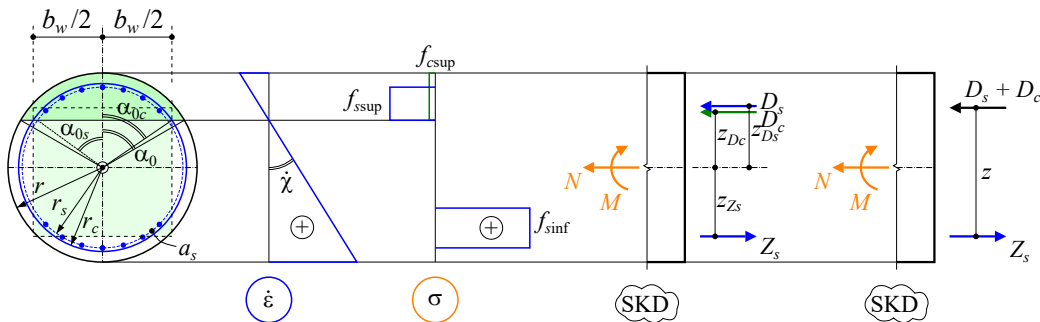
$$\begin{aligned} D_c &= \frac{1}{2} r^2 f_{\text{csup}} (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) \\ D_s &= 2r_s a_s (f_{\text{ssup}} - f_{\text{csup}}) \alpha_{0s} \\ Z_s &= 2r_s a_s f_{\text{sinf}} \alpha_{0s} \end{aligned} \quad (2.35)$$



**Abbildung 2.12:** Idealisierte Werkstoffbeziehungen am reduzierten Querschnitt für den: (a) Beton; (b) Betonstahl.

Die zugehörigen Biegemomente bezugnehmend auf das Kreiszentrum betragen

$$\begin{aligned} M_{D_c} &= \frac{2}{3} r^3 f_{c\text{sup}} \sin^3(\alpha_0) \\ M_{D_s} &= 2r_s^2 a_s (f_{s\text{sup}} - f_{c\text{sup}}) \sin(\alpha_{0s}) \\ M_{Z_s} &= 2r_s^2 a_s f_{s\text{inf}} \sin(\alpha_{0s}) \end{aligned} \quad (2.36)$$



**Abbildung 2.13:** Biegetragverhalten starr - ideal plastisch (Zustand III) ohne Betonzugfestigkeit am reduzierten Querschnitt.

Durch Einsetzen von (2.35) in die für den Zustand III mit reduziertem Querschnitt identische Gleichgewichtsbedingung (2.11)<sub>1</sub> am Schnittkörperdiagramm (SKD) in Abbildung 2.13 kann die Betondruckspannung  $f_{c\text{sup}}$  innerhalb der Biegedruckzone aus der gewählten, theoretischen Stegbreite  $b_w$  (Lage der neutralen Achse) unter Vorgabe der Normalkraft  $N$  bestimmt werden zu

$$f_{c\text{sup}} = \frac{2r_s a_s \alpha_{0s} (f_{s\text{inf}} - f_{s\text{sup}}) - N}{r^2 \left( \alpha_0 - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_0) \right) - 2r_s a_s \alpha_{0s}} \quad (2.37)$$

wobei (2.34)<sub>1</sub> berücksichtigt werden muss und gegebenenfalls die Wahl von  $b_w$  in (2.32) angepasst werden muss. Die Spannungen im Betonstahl der Längsbewehrungen können dabei innerhalb der in (2.34) definierten Grenzen gewählt werden. In Anlehnung an die Biegebemessung von Rechteck- oder Plattenbalkenquerschnitte der Stahlbetonbauweise kann beispielsweise die Mitwirkung der Längsbewehrung in der Biegedruckzone vernachlässigt werden mit  $f_{s\text{sup}} = 0$  und  $f_{s\text{inf}} = f_s$  angesetzt werden.

Mit  $f_{c\text{sup}}$  aus (2.37) resultiert der Biegewiderstand  $M_u$  am reduzierten Querschnitt aus (2.36) in die für den Zustand III identische Gleichgewichtsbedingung (2.11)<sub>2</sub> am Schnittkörperdiagramm (SKD) in Abbildung 2.13

$$M_u = \frac{2}{3} r^3 f_{c\text{sup}} \sin^3(\alpha_0) + 2r_s^2 a_s (f_{s\text{sup}} - f_{c\text{sup}} + f_{s\text{inf}}) \sin(\alpha_{0s}) \quad (2.38)$$

mit dem zugehörigen Hebelarm der Biegekräfte am reduzierten Querschnitt aus (2.13) bis (2.15).

$$z = \frac{4}{3} \frac{r^3 f_{csup} \sin^3(\alpha_0) + 3r_s^2 a_s (f_{ssup} - f_{csup}) \sin(\alpha_{0s})}{r^2 f_{csup} (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) + 4r_s a_s (f_{ssup} - f_{csup}) \alpha_{0s}} + \frac{r_s \sin(\alpha_{0s})}{\alpha_{0s}} \quad (2.39)$$

Das Biegetragverhalten am reduzierten Querschnitt bildet die Grundlage zur Bestimmung des Querkraftwiderstands für die Bemessung neuer Tragwerke in Abschnitt 4.4 und wird im Bemessungsbeispiel Abschnitt 6.1 angewendet.

## 2.5 Bemessungswerte des Biegetragverhaltens

Zur Bestimmung der Bemessungswerte des Biegetragverhaltens sind die Baustoffkennwerte mit  $f_c = f_{cd}$  und  $f_s = f_{sd}$  sowie die Normalkraft  $N = N_d$  in den Beziehungen dieses Kapitels einzusetzen; beispielsweise kann damit aus (2.25) und (2.28)  $M_{Rd}$  bestimmt resp. approximiert werden.



## 3 Querkrafttragverhalten

In diesem Kapitel werden verschiedene Aspekte des Querkrafttragverhaltens von Stahlbetonbauteilen dargestellt, mit Hilfe derer im nachfolgenden Kapitel 4 die Modellvorstellung für kreisförmige Querschnitte hergeleitet wird. Zunächst erfolgt die Bestimmung der Schubspannungen im ungerissenen, Abschnitt 3.1, und gerissenen, Abschnitt 3.2, Kreisquerschnitt. Anschliessend wird die Umschnürungswirkung einer kreisförmigen Querkraftbewehrung erörtert, Abschnitt 3.3. Auf die Betondruckfestigkeit im ebenen Spannungszustand und die Berücksichtigung des spröden Verhaltens höherfester Betone wird in Abschnitt 3.4 eingegangen. Schliesslich werden in Abschnitt 3.5 verschiedene Anteile der Querkraftwiderstände in Stahlbetonbauteilen aufgezeigt.

### 3.1 Schubspannungen im ungerissenen Kreisquerschnitt

Für prismatische Stäbe unter spezieller Biegung ergeben sich die Schubspannungen näherungsweise aus dem Produkt der Querkraft und dem Flächenmoment ersten Grades des an dem betrachteten Ort abgeschnittenen Querschnittsteils, dividiert mit dem Produkt aus der am Ort zugehörigen Querschnittsbreite und des Flächenmoments zweiten Grades des Gesamtquerschnitts; der sogenannten „Bisquit-Formel“. Die Schubspannungen werden als konstant über die Querschnittsbreite vorausgesetzt, Jourawski (1855); mithin resultiert für einen Kreisquerschnitt [Weber (1924) und Stüssi (1975)]

$$\tau_{zx} = \frac{4V}{3\pi r^2} \sin^2(\alpha_0) = \frac{4V}{3\pi r^2} \left[ 1 - \left( \frac{z}{r} \right)^2 \right] \quad (3.1)$$

mit  $\tau_{yx}$  entlang der Berandung des Querschnitts

$$\tau_{yx} = \frac{4V}{3\pi r^2} \sin(\alpha_0) \cos(\alpha_0) = \frac{4V}{3\pi r^2} \frac{z}{r} \sqrt{1 - \left( \frac{z}{r} \right)^2} \quad (3.2)$$

resultieren die Schubspannungen  $\tau$  tangential entlang der Berandung des Querschnitts zu

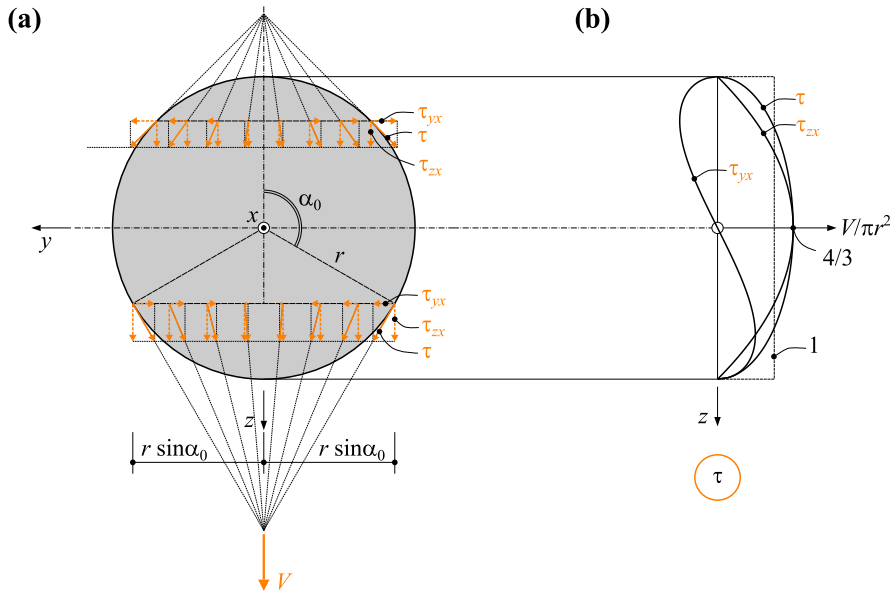
$$\tau = \frac{4V}{3\pi r^2} \sin(\alpha_0) = \frac{4V}{3\pi r^2} \sqrt{1 - \left( \frac{z}{r} \right)^2} \quad (3.3)$$

Die Wirkungslinien der Schubspannungen  $\tau$  im inneren des Querschnitts schneiden sich in guter Näherung in einem Punkt, Abbildung 3.1(a). Abbildung 3.1(b) zeigt die Zustandslinien der Schubspannungen entlang der Berandung des Querschnitts mit dem elliptischen Verlauf der Schubspannungen  $\tau$  und dem Maximalwert der Schubspannungen

$$\tau_{zx\max} = \frac{4V}{3\pi r^2} \quad (3.4)$$

Wird in Anlehnung an Marti et al. (1999) angenommen, dass die Bildung diagonalen Risse bei  $\tau_{zx\max} = f_{ct}/3$  einsetzt, resultiert eine Rissquerkraft zu

$$V_{cr} = \frac{1}{4} \frac{d^2 \pi}{4} f_{ct} = \frac{1}{4} r^2 \pi f_{ct} \quad (3.5)$$

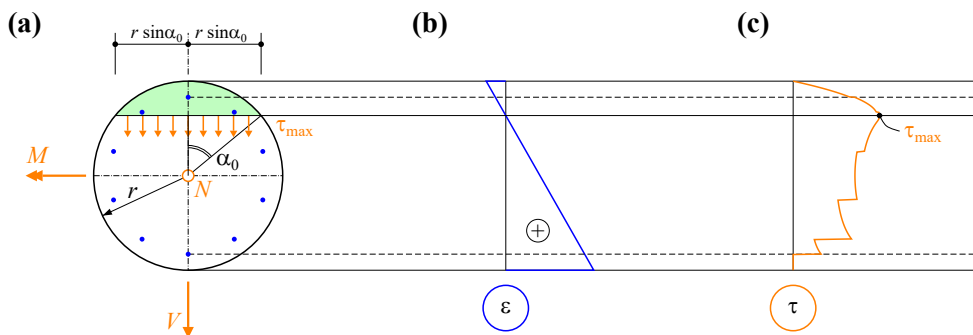


**Abbildung 3.1:** Schubspannungen im ungerissenen Kreisquerschnitt: (a) Bezeichnungen; (b) Zustandslinien der Schubspannungen entlang der Berandung des Querschnitts.

### 3.2 Schubspannungen im gerissenen Kreisquerschnitt

Ist der Kreisquerschnitt in Abbildung 3.2(a) infolge Biegung  $M$  und einer allenfalls vorhandenen Normalkraft  $N$  gerissen (Biegerisse senkrecht zur Stabachse), resultiert eine Dehnungsebene gemäss Abbildung 3.2(b) und zugehörig der Verlauf der Schubspannungen infolge der Querkraft  $V$  in Abbildung 3.2(c), wobei die maximale Schubspannung wie folgt bestimmt werden kann

$$\tau_{\max} = \frac{V}{2r \sin(\alpha_0)z} \quad (3.6)$$



**Abbildung 3.2:** Schubspannungen im gerissenen Kreisquerschnitt: (a) Bezeichnungen; (b) und (c) Zustandslinien der Dehnungen und Schubspannungen.

Wird in Anlehnung an Marti et al. (1999) angenommen, dass die Bildung diagonalen Risse bei  $\tau_{\max} = f_{ct}/3$  einsetzt, resultiert eine Rissquerkraft zu

$$V_{cr} = \frac{1}{3} d \sin(\alpha_0) z f_{ct} \quad (3.7)$$

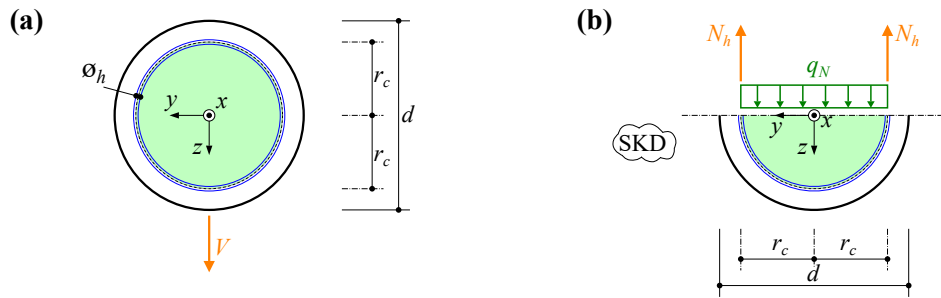
Der Hebelarm  $z$  kann gemäss Unterabschnitt 2.4.1 mit  $r$  resp.  $d/2$  gleichgesetzt werden und für baupraktisch übliche Verhältnisse resultiert für den Winkel der Druckzone folgende Ungleichung  $\pi/4 < \sin(\alpha_0) < 1$ , wobei nachfolgend  $\pi/4$  angenommen wird.

$$V_{cr} = \frac{1}{6} \frac{d^2 \pi}{4} f_{ct} = \frac{1}{6} r^2 \pi f_{ct} \quad (3.8)$$

Im Vergleich zum ungerissenen Querschnitt aus (3.5) folgt mit (3.8) eine um 1/3 geringere Rissquerkraft.

### 3.3 Umschnürungswirkung kreisförmiger Querkraftbewehrung

Abbildung 3.3(a) zeigt einen Querschnitt mit dem Radius  $r_c$  der kreisförmigen Querkraftbewehrung mit dem Stabdurchmesser  $\varnothing_h$



**Abbildung 3.3:** Umschnürungswirkung kreisförmiger Querkraftbewehrung (a) Querschnitt mit Bezeichnungen; (b) Schnittkörperdiagramm.

Der Radius  $r_c$  beschreibt dabei die Mittellinie (Achse) der kreisförmigen Querkraftbewehrung.

Die Zugnormalkräfte  $N_h$  in dieser Querkraftbewehrung, herrührend beispielsweise aus einer Querkrafteinwirkung  $V$ , erzeugen eine Druckbeanspruchung  $q_N$  im Beton, Abbildung 3.3(b). Diese kann mit der bekannten *Kesselformel* [Marti (2014)] bestimmt werden

$$q_N = \frac{N_h}{r_c} \quad (3.9)$$

Wird die kreisförmige Querkraftbewehrung mit dem Stababstand  $s$  als unendlich fein verteilte Einzelfasern idealisiert, resultiert eine Drucknormalspannung im Beton zu

$$\sigma_N = \frac{q_N}{s} = \sigma_s \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} \frac{1}{s r_c} \quad (3.10)$$

in Abhängigkeit der Zugnormalspannung  $\sigma_s$  in der Querkraftbewehrung. Wird Letztere mit  $f_s$  gleichgesetzt und (4.43) berücksichtigt, ergibt sich die Normaldruckspannung  $\sigma_N$  im umschnürten Beton zu

$$\begin{aligned}\sigma_N &= \rho f_s \text{ resp.} \\ \sigma_N &= \omega f_c\end{aligned}\tag{3.11}$$

Der umschnürte Beton entspricht der grünen Fläche in Abbildung 3.3(a) mit dem Radius  $r_c$ . Zur Berücksichtigung des endlichen Stababstands  $s$  der Querkraftbewehrung können die Beziehungen (3.11) rechterhand näherungsweise jeweils mit einem Korrekturfaktor von  $(1 - s/d_c)$  bei Spiralbewehrung und  $(1 - s/d_c)^2$  bei kreisförmigen Bügeln multipliziert werden, wobei  $d_c = 2r_c$ , MC 2020 (2024), Morger et al. (2024), Seelhofer-Schilling (2008).

### 3.4 Betondruckfestigkeit im ebenen Spannungszustand

#### Reduktionsbeiwert der Betondruckfestigkeit

Eine Stahlbetonscheibe, welche Druckspannungen und Querkzugdehnungen beispielsweise infolge einer Schubbeanspruchung erfährt, weist im Vergleich zur einachsigen Betondruckfestigkeit eine geringere Druckfestigkeit auf. Die Querkzugdehnungen resultieren beispielsweise aus den nach dem Reißen in der Bewehrung herrschenden Zugspannungen, die über den Verbund im Beton positive Dehnungen verursachen. Gestützt auf eine umfangreiche Auswertung von Versuchen schlägt Kaufmann (1998) die Beziehung

$$f_c = \frac{f_{cc}^{2/3}}{0.4 + 30\epsilon_1} \leq f_{cc}\tag{3.12}$$

zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit in Stahlbetonscheiben in Abhängigkeit der positiven Hauptdehnung  $\epsilon_1$  vor. Die Beziehung (3.12) berücksichtigt auch eine weniger als proportionale Zunahme der Druckfestigkeit mit der Zylinderdruckfestigkeit  $f_{cc}$  in MPa.

Die reduzierte Betondruckfestigkeit in Scheiben und Trägerstegen kann gemäss SIA 262 (2025) mit dem Beiwert  $k_c$  berücksichtigt werden

$$k_c = \frac{1}{1 + 110\epsilon_1}\tag{3.13}$$

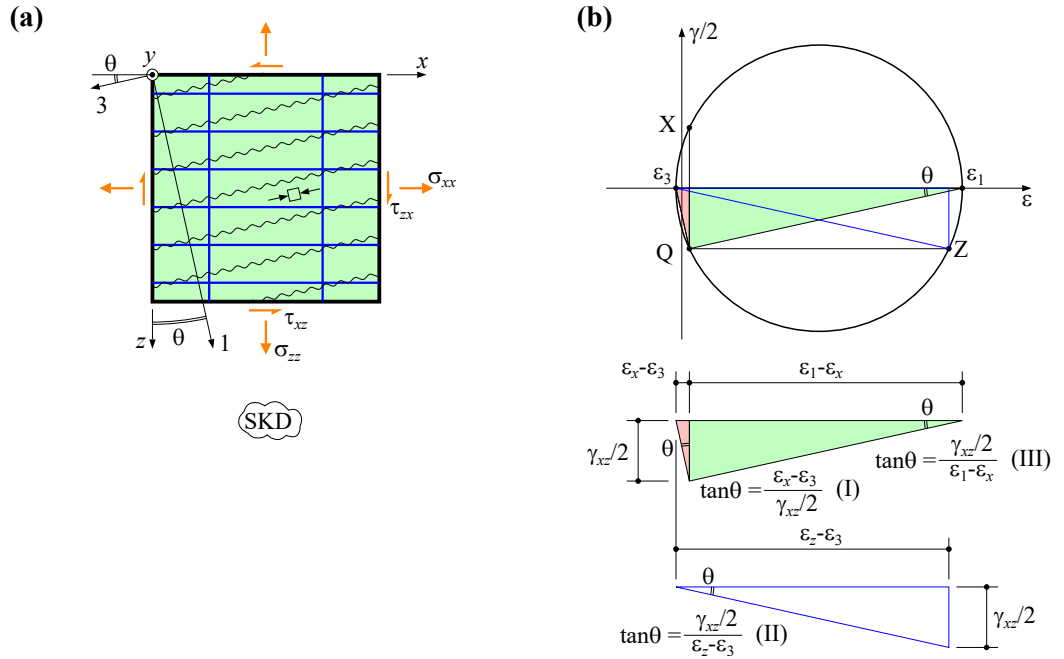
wobei

$$\epsilon_1 = \epsilon_x + (\epsilon_x + 0.001) \cot^2(\theta)\tag{3.14}$$

mit der Druckfeldneigung  $\theta$  und der Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte gemäss Unterabschnitt 2.3.1. (3.14) kann dem MOHRschen Verzerrungskreis in Abbildung 3.4 wie folgt entnommen werden. Die Richtung der Hauptdruckspannung stimmt aufgrund der Annahme spannungsfreier Risse mit der Richtung der Hauptverzerrung überein; mithin resultiert aus der Gleichung (II) eingesetzt in (I) die Bedingung

$$\cot^2(\theta) = \frac{\epsilon_z - \epsilon_3}{\epsilon_x - \epsilon_3}\tag{3.15}$$

Gleichsetzen von (II) und (III) bestätigt die Invarianz  $\epsilon_z + \epsilon_x = \epsilon_1 + \epsilon_3$ . Diese eingesetzt in (3.15) ergibt (3.14) unter der Annahme, dass die Stauchung des Betons  $\epsilon_3$  in der Richtung 3 mit -0.001 gleichgesetzt wird, SIA 262 (2025).



**Abbildung 3.4:** Stahlbeton-Scheibenelement: (a) Schnittkörperdiagramm; (b) MOHRscher Verzerrungskreis.

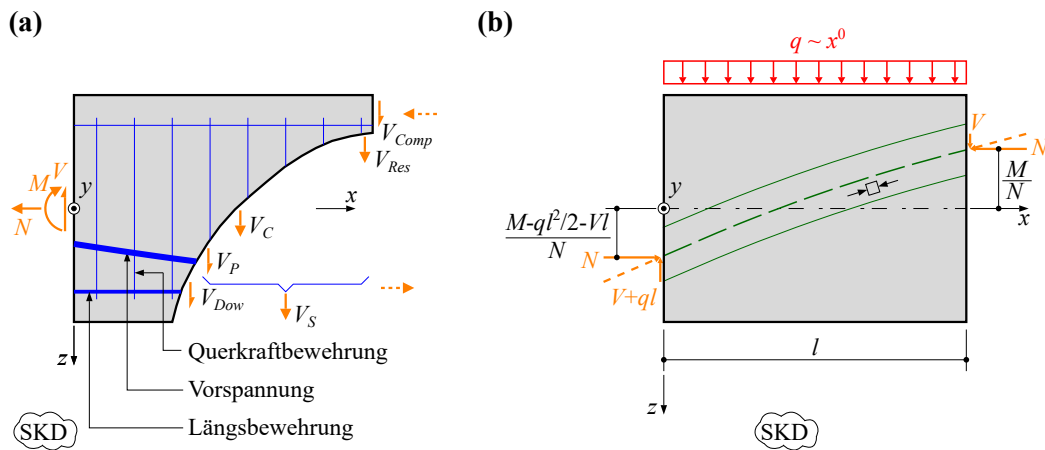
### Höherfester Beton

Zusätzlich zum Reduktionsbeiwert der Betondruckfestigkeit im ebenen Spannungszustand kann das spröde Bruchverhalten von Beton mit höherer Festigkeit mit dem Umrechnungsfaktor  $\eta_{fc}$  gemäss SIA 262 (2025) berücksichtigt werden.

$$\eta_{fc} = \left( \frac{40 \text{ MPa}}{\underbrace{f_c - 8 \text{ MPa}}_{f_{ck}}} \right)^{1/3} \leq 1.0 \quad (3.16)$$

### 3.5 Anteile der Querkraftwiderstände

In einem Stahlbetonbauteil kann eine Querkraft  $V$  im allgemeinen über verschiedene Anteile von Querkraftwiderständen abgetragen werden, welche in Abbildung 3.5 mit Schnittkörperdiagrammen dargestellt sind.



**Abbildung 3.5:** Schnittkörperdiagramme zu den Querkraftwiderständen: (a) in Anlehnung an Cavagnis et al. (2020); (b) Bogentragwirkung resp. Direktabstützung am Beispiel für  $q \sim x^0$  wobei  $V = V_{Arch}$ .

Zu den Anteilen der Querkraftwiderstände gehören im allgemeinen:

- $V_{Comp}$  Querkraftwiderstand in der Biegedruckzone
- $V_{Res}$  Querkraftwiderstand in der Bruch- resp. Rissprozesszone
- $V_C$  Querkraftwiderstand des Betons im Trägersteg u. a. durch Rissverzahnung
- $V_{Dow}$  Querkraftwiderstand der Dübelwirkung der Längsbewehrung
- $V_S$  Querkraftwiderstand der Querkraftbewehrung im Trägersteg
- $V_P$  Querkraftwiderstand der Vorspannung
- $V_{Arch}$  Querkraftwiderstand der Bogentragwirkung resp. der Direktabstützung, Abbildung 3.5(b).

Cavagnis et al. (2020) ist es gelungen, die vier erstgenannten Anteile  $V_{Comp}$ ,  $V_{Res}$ ,  $V_C$  und  $V_{Dow}$  auf Grundlage von digitaler Bildkorrelation für nicht querkraftbewehrte Bauteilversuche zu quantifizieren.

Die nachfolgende Modellvorstellung in Kapitel 4 berücksichtigt im wesentlichen die Anteile  $V_S$  und  $V_C$ .

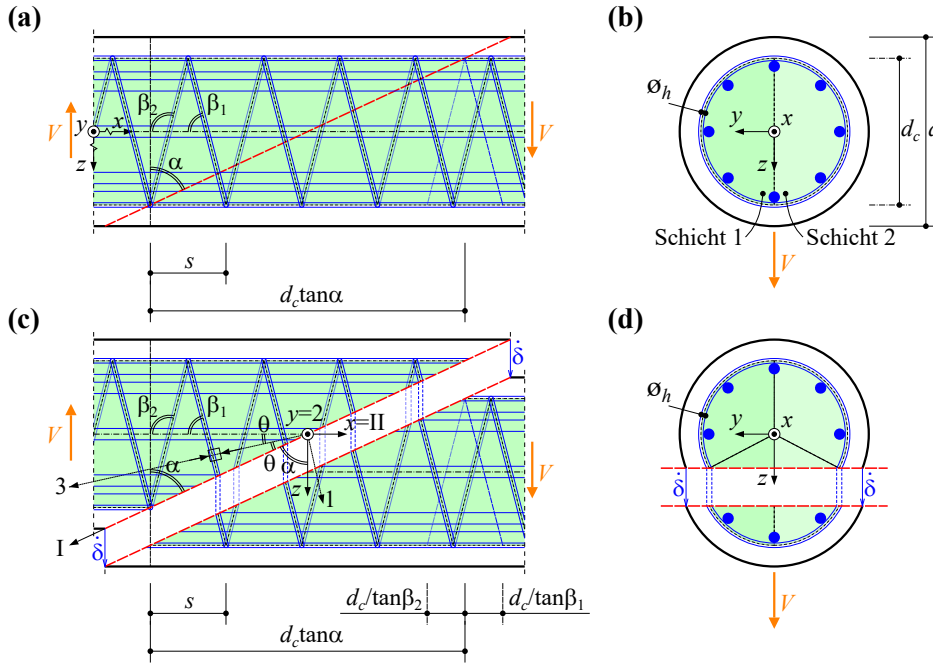
## 4 Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand

Die folgende Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt bezieht sich auf das starr - ideal plastische Verhalten der Querkraftbewehrung  $V_S$  und des Betons  $V_C$  gemäss Abschnitt 3.5 für die Überprüfung bestehender Tragwerke in Abschnitt 4.3. Die Herleitung in Abschnitt 4.1 basiert auf einem oberen, kinematischen Grenzwert der Traglastverfahren, wobei dieser obere Grenzwert grösstenteils (Regimes  $b$  und  $c$ ) einem unteren Grenzwert der Traglast entspricht und demnach eine vollständige Lösung auf Grundlage der Traglastverfahren vorliegt, Abschnitt 4.2. Die Modellvorstellung baut auf derjenigen von Hoang und Jensen (2010) auf, ergänzt diese durch die Berücksichtigung des endlichen Stababstands der Querkraftbewehrung, der Neigung der Querkraftbewehrung sowie des elastisch - plastischen Verhaltens des Betons auf Druck gemäss Abschnitt 3.4. Letzteres erlaubt die Einflüsse der Biegebeanspruchung  $M$  und einer allenfalls vorhandenen Normaldruckkraft  $N$  auf den Querkraftwiderstand einzubeziehen. Der Anteil der Bogentragwirkung  $V_{Arch}$  gemäss Abschnitt 3.5 wird im Fallbeispiel in Abschnitt 6.2 berücksichtigt.

Darauf aufbauend basiert die Modellvorstellung für die Bemessung neuer Tragwerke in Abschnitt 4.4 auf der Betrachtung von Spannungsfeldern mit variabler Neigung der Druckfelder und entspricht demnach einem unteren, statischen Grenzwert der Traglastverfahren.

### 4.1 Oberer Grenzwert des Querkraftwiderstands - Stegdruckbruchmechanismus

Abbildung 4.1 zeigt ein Stahlbetonbauteil mit kreisförmigem Querschnitt mit dem Ausendurchmesser  $d = 2r$  und einem Durchmesser  $d_c = 2r_c$  bis zur Mittellinie (Achse) der ebenfalls kreisförmigen Querkraftbewehrung. Aufgrund der Berücksichtigung der Umschnürungswirkung aus der kreisförmigen Querkraftbewehrung wird lediglich der Betonquerschnitt innerhalb des Durchmessers  $d_c$  für den Querkraftwiderstand mitberücksichtigt. Des Weiteren soll der Querschnitt allgemein  $n_s$ -schnittige Querkraftbewehrungen  $i$  beinhalten, welche um den Winkel  $\beta_i$  zur  $x$ -Achse geneigt sind. Schliesslich ist eine Längsbewehrung vorhanden, welche in  $x$ -Richtung orientiert ist.



**Abbildung 4.1:** Stegdruckbruchmechanismus eines Stahlbetonbauteils mit kreisförmigem Querschnitt: (a) Ansicht Steg; (b) Querschnitt; (c) und (d) Stegdruckbruchmechanismus.

Für den in Abbildung 4.1(a) dargestellten Bruchmechanismus mit der in rot markierten kinematischen Diskontinuitätsebene und der Voraussetzung einer (virtuellen) vertikalen Translationsbewegung, Abbildung 4.1(c), entspricht die Richtung des Sprungvektors  $\delta$  der  $z$ -Richtung. Mit der Bedingung

$$2\theta + \alpha = \frac{\pi}{2} \quad (4.1)$$

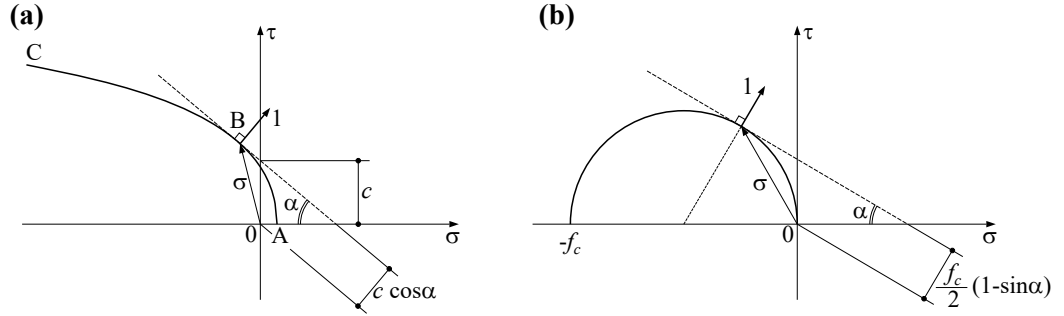
verschwindet der Anteil der Längsbewehrung in  $x$ -Richtung an der Dissipation, und der Bruchmechanismus wird als *Stegdruckbruchmechanismus* bezeichnet mit dem Versagen des Betons auf Druck in Richtung 3 bei gleichzeitigem Fließen der Querkraftbewehrung und elastisch bleibender Längsbewehrung.

#### 4.1.1 Dissipation des Betons

Abbildung 4.2(a) zeigt eine MOHRsche Hüllkurve ABC in der Spannungsebene mit der auf eine Einheitsfläche einer Diskontinuität und für eine Einheitsverschiebung 1 gültige inkrementelle Dissipationsarbeit  $\dot{D} = c \cos(\alpha)$ , [Marti (2014)].

Die quadratische Fließbedingung für den Beton im ebenen Spannungszustand unter Vernachlässigung der Betonzugfestigkeit mit  $-f_c \leq \sigma_c \leq 0$  ist in Abbildung 4.2(b) dargestellt. Wird diese als MOHRsche Hüllkurve aufgefasst, entsteht für die Dissipationsarbeit für eine Verschiebung  $\delta$  der Ausdruck

$$\dot{D} = \delta \frac{f_c}{2} (1 - \sin(\alpha)) \quad (4.2)$$



**Abbildung 4.2:** MOHRsche Hüllkurven in der Spannungsebene: (a) Allgemeine Darstellung; (b) quadratische Fließbedingung des Betons im ebenen Spannungszustand.

Mit der Diskontinuitätsebene in Abbildung 4.1 resultiert aus dem Beton-Kreiszyylinder ein Zylinderabschnitt mit elliptischem Grundriss, dessen Halbachsen  $d_c/2$  und  $d_c/(2 \cos(\alpha))$  multipliziert mit  $\pi$  ergibt den Flächeninhalt dieser Ellipse. Multipliziert mit (4.2) resultiert für die Dissipationsarbeit des Betons  $\dot{D}_{ci}$  für insgesamt  $n_s$  Schichten  $i$  in  $y$ -Richtung, vgl. Abbildung 4.1(b)

$$\dot{D}_{ci} = \delta \sum_{i=1}^{n_s} \frac{1}{n_s} \underbrace{\frac{d_c^2 \pi}{4 \cos(\alpha_i)}}_{\text{Flächeninhalt Ellipse}} \frac{\eta_{fc} k_c f_c}{2} (1 - \sin(\alpha_i)) \quad (4.3)$$

mit den Beiwerten  $\eta_{fc}$  und  $k_c$  gemäss Abschnitt 3.4, wobei sich die Druckfeldneigung  $\theta$  in Abhängigkeit der Neigung  $\alpha$  der kinematischen Diskontinuitätsebene aus (4.1) ergibt.

#### 4.1.2 Dissipation der kreisförmigen Querkraftbewehrung

Für die Dissipation der kreisförmigen Querkraftbewehrung  $\dot{D}_{si}$  entsteht der Ausdruck

$$\dot{D}_{si} = \delta \sum_{i=1}^{n_s} \frac{\pi}{4} A_{shi} f_{si} \sin(\beta_i) \left( \frac{d_c \tan(\alpha_i) + \frac{d_c}{\tan(\beta_i)}}{s_i} - 1 \right). \quad (4.4)$$

$\sin(\beta_i)$  berücksichtigt die verminderte Tragwirkung einer um den Winkel  $\beta_i$  zur  $x$ -Achse geneigten Querkraftbewehrung gemäss Abbildung 4.1(a). Die runde Klammer in (4.4) steht für die Anzahl der innerhalb der Diskontinuitätsebene vorhandenen Querkraftbewehrungen, wobei sich lediglich  $(n - 1)$  diskrete Querkraftbewehrungen mit dem Stababstand  $s_i$  an der Dissipation beteiligen, Marti (1986), Nielsen und Hoang (2016), Heinzmann (2012). Hingegen würden sich  $n$  Querkraftbewehrungen an der Dissipation beteiligen, wenn diese als unendlich fein verteilte Einzelfasern idealisiert würden. Zusätzlich bewirkt die um  $\beta_i$  geneigte Querkraftbewehrung eine Zunahme ( $\beta_i > \pi/2$ ) resp. Abnahme ( $\beta_i < \pi/2$ ) der Anzahl  $n$  Querkraftbewehrungen, welche sich an der Dissipation beteiligen, Abbildung 4.1(c) mit

$$\beta_i = \frac{\pi}{2} \mp \arctan\left(\frac{s_i/2}{d_c}\right) \quad (4.5)$$

Der mechanische Bewehrungsgehalt einer  $n_s$ -schnittigen, kreisförmigen Querkraftbewehrung, deren Durchmesser  $\varnothing_h$  beträgt, wird für den  $i$ -ten Schnitt bezogen auf den

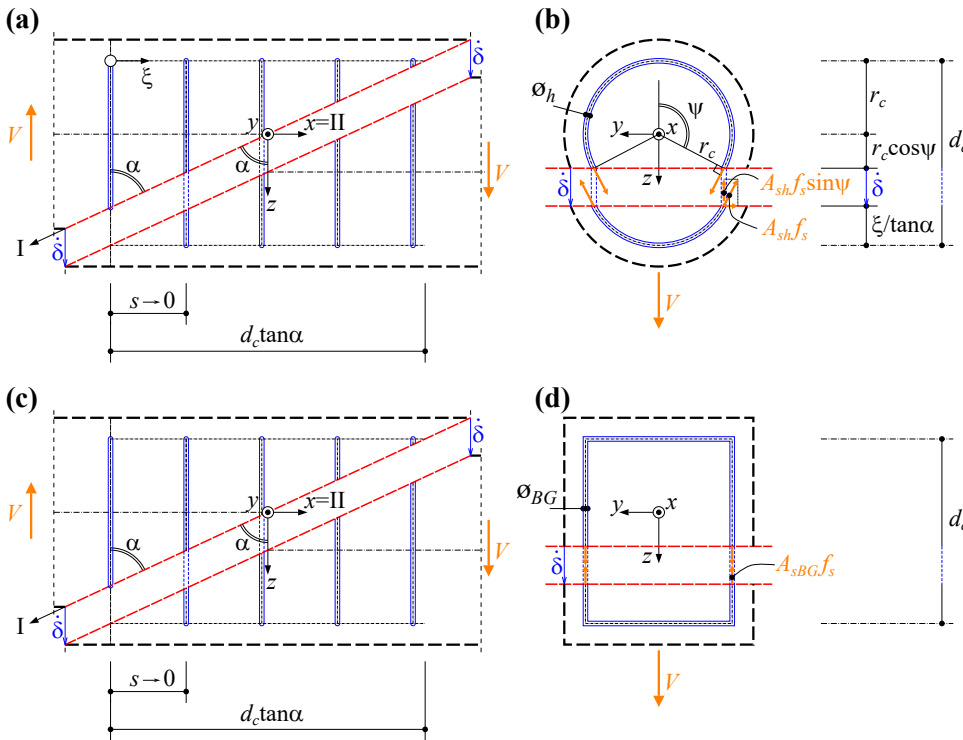
umschnürten Bereich des Betons mit dem Durchmesser  $d_c$ , Abbildung 4.1, wie folgt definiert

$$\omega_i = \frac{A_{sh,i}}{\frac{d_c}{n_s} s_i} \frac{f_{s,i}}{f_c} \quad \text{mit} \quad A_{sh,i} = \frac{\varnothing_{h,i}^2 \pi}{4} \quad (4.6)$$

(4.6) eingesetzt in (4.4) ergibt

$$\dot{D}_{si} = \dot{\delta} \sum_{i=1}^{n_s} \frac{\pi}{4} \omega_i \sin(\beta_i) \frac{d_c^2}{n_s} f_c \left( \tan(\alpha_i) + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \quad (4.7)$$

Der Faktor  $\frac{\pi}{4}$  in (4.4) und (4.7) entspricht der *Wirksamkeit* einer kreisförmigen Querkraftbewehrung im Vergleich zu einer rechteckförmigen Querkraftbewehrung. Abbildung 4.3(a) resp. (b) zeigt einen zur Abbildung 4.1 analogen Bruchmechanismus in der Längsansicht resp. dem Querschnitt einer kreisförmigen Querkraftbewehrung, welche senkrecht zur Bauteillängsachse  $x$  orientiert ist und als unendlich fein verteilte Einzelfasern idealisiert wird mit ( $s \rightarrow 0$ ). Mit denselben Annahmen ist in Abbildung 4.3(c) resp. (d) eine rechteckförmige Querkraftbewehrung mit derselben Höhe  $d_c$  dargestellt mit dem Stabdurchmesser  $\varnothing_{BG}$ , mit dem Index *BG* für „Bügel“.



**Abbildung 4.3:** Bruchmechanismus zur Ermittlung der Wirksamkeit kreisförmiger resp. rechteckförmiger Querkraftbewehrung mit Längsansichten in (a) und (c) resp. Querschnitten in (b) und (d).

Das Verhältnis der Vertikalkomponenten der Fließzugkräfte der kreisförmigen zur rechteckförmigen Querkraftbewehrung, entsprechend der Dissipation der Querkraftbewehrungen bei einer (virtuellen) vertikalen Translationsbewegung mit dem Sprungvektor  $\dot{\delta}$ , mit welchem die Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung quantifiziert

werden kann, resultiert auf Grundlage der in den Abbildung 4.3(a) bis (d) dargestellten Bruchmechanismen mit den rot markierten kinematischen Diskontinuitätsebenen zu

$$\frac{\int_0^{d_c \tan \alpha} 2A_{sh} f_s \sin \psi d\xi}{2A_{sBG} f_s d_c \tan \alpha} = \frac{\int_0^{d_c \tan \alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{d_c \tan \alpha} - 1\right)^2} d\xi}{d_c \tan \alpha} = \frac{\pi}{4} \quad (4.8)$$

wobei  $\xi / \tan \alpha - r_c = r_c \cos \psi$  und  $A_{sBG} = \varnothing_{BG}^2 \pi / 4 = A_{sh} = \varnothing_h^2 \pi / 4$  sowie die trigonometrische Identität  $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$  berücksichtigt und das Integral mittels Substitution zur Stammfunktion überführt wurde.

Demnach beträgt auf Grundlage dieses oberen Grenzwerts der Traglastverfahren die Wirksamkeit einer kreisförmigen Querkraftbewehrung im Vergleich zu einer rechteckförmigen Querkraftbewehrung derselben Höhe  $\frac{\pi}{4} \approx 0.785$ . Bereits Ang et al. (1989) schlugen denselben Faktor auf Grundlage der Betrachtung eines Schubrisses vor. Für den Querkraftwiderstand mit kreisförmiger Querkraftbewehrung enthielt die SIA 262 (2013) erstmals einen Hinweis zur Bestimmung des Anteils der Querkraftbewehrung am Querkraftwiderstand mit der Ziffer 4.3.3.4.4 „Ohne genauere Untersuchungen kann der Widerstand einer kreisförmigen Querkraftbewehrung zu 70% des Widerstands einer rechteckigen Querkraftbewehrung derselben Höhe angenommen werden“.

Der Faktor  $\frac{\pi}{4}$  in (4.8) setzt, wie bereits erwähnt, die Idealisierung der Querkraftbewehrung als unendlich fein verteilte Einzelfasern voraus ( $s \rightarrow 0$ ). Eine diskrete Betrachtung der Querkraftbewehrung und der zugehörigen Wirksamkeit zur Bestimmung der Dissipation der kreisförmigen Querkraftbewehrung in (4.4) wäre bei grossen Querkraftbewehrungsgehalten angezeigt, Seelhofer (2009b).

### Gleichsetzen der Dissipationen mit der Arbeit der äusseren Kräfte

Durch Gleichsetzen der Summe der Dissipationen des Betons (4.3) und der Querkraftbewehrung (4.7) mit der Arbeit  $W_e$  der äusseren Kräfte

$$W_e = \dot{\delta} V \quad (4.9)$$

resultiert der Querkraftwiderstand  $V(\alpha_i)$  in Abhängigkeit des Neigungswinkels  $\alpha_i$  der kinematischen Diskontinuitätsebene zu

$$V(\alpha_i) = \frac{d_c^2 \pi}{4n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{1}{\cos(\alpha_i)} \frac{\eta_{fc} k_c}{2} (1 - \sin(\alpha_i)) + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \tan(\alpha_i) + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \quad (4.10)$$

Lösen der Extremalwertaufgabe  $dV(\alpha_i)/d\alpha = 0$  führt zu

$$\sin(\alpha_i) = 1 - \frac{2\omega_i \sin(\beta_i)}{\eta_{fc} k_c} \quad (4.11)$$

(4.11) eingesetzt in (4.10) ergibt schliesslich den minimalen, oberen Grenzwert

$$V_b = \frac{d_c^2 \pi}{4n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{\eta_{fc} k_c}{\omega_i \sin(\beta_i)} - 1}} + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{2\omega_i \sin(\beta_i)}{\eta_{fc} k_c}\right)^2 - 1}} + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \quad (4.12)$$

wobei der Index  $b$  ein Regime  $b$  definiert.

### Berücksichtigung der Umschnürungswirkung

Wird die Umschnürungswirkung aus der Querkraftbewehrung gemäss Abschnitt 3.3 und demnach ein räumlicher Spannungszustand im Beton innerhalb des Durchmesser  $d_c$  (Abbildung 4.1(b)) berücksichtigt, kann  $\alpha_i = \varphi$  angenommen werden (ebener Verzerrungszustand) mit dem aus Versuchen [Richart et al. (1928)] bekannten Wert von

$$\tan(\varphi) = 3/4 \quad (4.13)$$

(4.13) eingesetzt in (4.10) definiert ein Regime c mit

$$V_c = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{4} + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \quad (4.14)$$

### Geometrische Randbedingung in den Versuchen

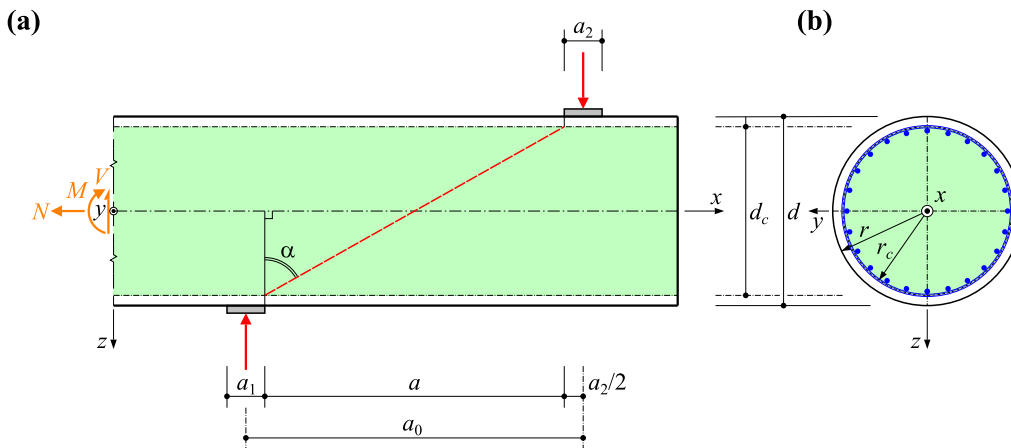
Schliesslich ergibt sich aus der geometrischen Randbedingung gemäss Abbildung 4.4, wonach die Neigung der kinematischen Diskontinuitätsebene durch die Schubspannweite  $a$ , dem lichten Abstand zwischen Lastenleitungs- und Auflagerplatte gemäss Marti et al. (1999), begrenzt ist

$$\tan(\alpha_i) = \frac{a}{d_c} \quad (4.15)$$

mit  $a = a_0 - (a_1 + a_2)/2$

ein Regime a zu

$$V_a = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{d_c}{a}\right)^2 + 1}}} - \frac{a}{d_c} \right) + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \frac{a}{d_c} + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \quad (4.16)$$



**Abbildung 4.4:** Schubspannweite: (a) Ansicht Steg; (b) Querschnitt.

#### 4.1.3 Zusammenfassung des Stegdruckbruchmechanismus für die Versuchsnachrechnung

Die Grenzen zwischen den einzelnen Regimes  $a$ ,  $b$  und  $c$  sind abhängig vom mechanischen Bewehrungsgehalt und können durch Gleichsetzen von (4.12) mit (4.16) für  $\omega_{ab,i}$  resp. (4.12) mit (4.14) für  $\omega_{bc,i}$  bestimmt werden

$$\omega_{ab,i} = \frac{\eta_{fc} k_c}{2 \sin(\beta_i)} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{d_c}{a}\right)^2 + 1}} \right) = \frac{\eta_{fc} k_c}{2 \sin(\beta_i)} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{d_c^2 + a^2}} \right) \quad (4.17)$$

$$\omega_{bc,i} = \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta_i)}$$

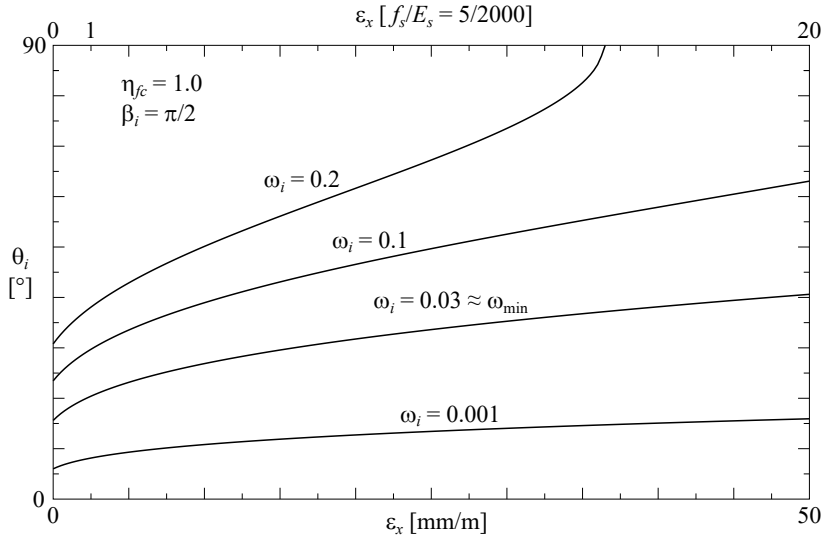
Zusammengefasst resultiert der Querkraftwiderstand  $V$  auf Grundlage des Stegdruckbruchmechanismus aus (4.16), (4.12) und (4.14) mit (4.17)

$$V = \begin{cases} V_a = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \tan \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{a}{d_c} \right) \right) + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \frac{a}{d_c} + \cot(\beta_i) - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \text{ oder} \\ V_a = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \frac{a}{d_c} \left( \sqrt{\left(\frac{d_c}{a}\right)^2 + 1} - 1 \right) + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \frac{a}{d_c} + \cot(\beta_i) - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \\ \text{falls } 0 \leq \omega_i \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{2 \sin(\beta_i)} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{d_c^2 + a^2}} \right) \\ V_b = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \sqrt{\eta_{fc} k_c \omega_i \sin(\beta_i) \left( 1 - \frac{\omega_i \sin(\beta_i)}{\eta_{fc} k_c} \right)} + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \cot(\beta_i) - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \\ \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{2 \sin(\beta_i)} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{d_c^2 + a^2}} \right) < \omega_i \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta_i)} \\ V_c = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} f_c \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{4} + \omega_i \sin(\beta_i) \left( \frac{3}{4} + \cot(\beta_i) - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \\ \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta_i)} < \omega_i \end{cases} \quad (4.18)$$

Aufwendig gestaltet sich dabei die Berücksichtigung des Faktors  $k_c$  im Regime  $b$  in Abhängigkeit der Druckfeldneigung. Die Druckfeldneigung  $\theta_{bi}$  im Regime  $b$  muss dabei aus der impliziten Gleichung

$$\sin \left( \frac{\pi}{2} - 2\theta_i \right) = 1 - \frac{2\omega_i \sin(\beta_i)}{\eta_{fc} \frac{1}{1+110[\epsilon_x + (\epsilon_x + 0.001) \cot^2(\theta_i)]}} \quad (4.19)$$

bestimmt werden, welche aus (3.14) und (3.13) in (4.11) resultiert und in Abbildung 4.5 dargestellt ist.



**Abbildung 4.5:** Druckfeldneigung  $\theta_i$  in Abhängigkeit der Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte für verschiedene mechanische Querkraftbewehrungsgehalte  $\omega_i$ .

In den Regimes *a* resp. *c* sind die Druckfeldneigungen jeweils konstant mit (4.15) resp. (4.13) eingesetzt in (4.1)

$$\theta_a = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \arctan \left( \frac{a}{d_c} \right) \right) \quad \text{resp.} \quad \theta_c = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \arctan \left( \frac{3}{4} \right) \right) \quad (4.20)$$

Näherungsweise kann damit  $\theta_b$  aus (4.19) linearisiert werden zu

$$\theta_{b,lin,i} \cong \theta_a + \frac{\theta_c - \theta_a}{\omega_{bc,i} - \omega_{ab,i}} (\omega_i - \omega_{ab,i}) \quad (4.21)$$

Zudem wird für die Versuchsnachrechnung bei der Ermittlung der Dehnung in Stegmitte mit Unterabschnitt 2.3.1 zur Bestimmung von  $k_c$  das maximale Biegemoment  $M$  und allenfalls eine vorhandene Normalkraft  $N$  innerhalb der Schubspannweite  $a_0$  resp.  $a$  gemäss Abbildung 4.4 berücksichtigt.

### Vereinfachung, Spezialfall

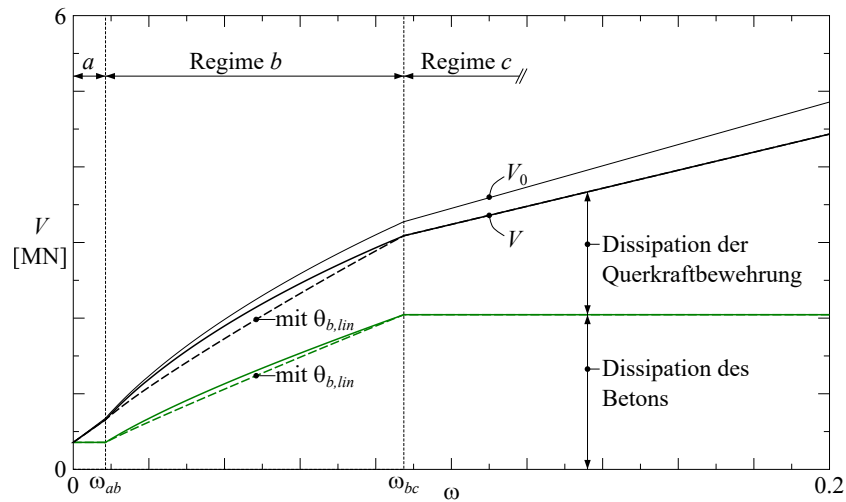
Wird die Querkraftbewehrung als unendlich fein verteilte Einzelfasern idealisiert ( $(n-1) \rightarrow n$ ), ist die Querkraftbewehrung in  $z$ -Richtung orientiert ( $\beta_i \rightarrow \pi/2$ ) und besteht diese aus  $n_s = 2$ -schnittigen Bügeln, können (4.16), (4.12) und (4.14) sowie (4.17) vereinfacht werden

$$V_0 = \begin{cases} V_{0,a} = \frac{d_c^2 \pi}{4} f_c \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \frac{a}{d_c} \left( \sqrt{\left( \frac{d_c}{a} \right)^2 + 1} - 1 \right) + \omega \frac{a}{d_c} \right\} & \text{falls } 0 \leq \omega \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{d_c^2 + a^2}} \right) \\ V_{0,b} = \frac{d_c^2 \pi}{4} f_c \sqrt{\eta_{fc} k_c} \omega \left( 1 - \frac{\omega}{\eta_{fc} k_c} \right) & \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \left( 1 - \frac{a}{\sqrt{d_c^2 + a^2}} \right) < \omega \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{5} \\ V_{0,c} = \frac{d_c^2 \pi}{4} f_c \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{4} + \omega \frac{3}{4} \right\} & \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{5} < \omega \end{cases} \quad (4.22)$$

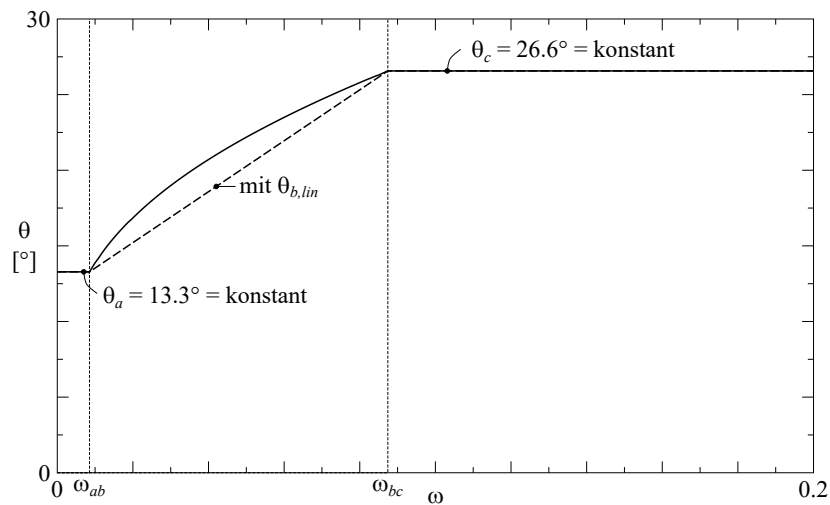
(4.22) entspricht dem Querkraftwiderstand in Hoang und Jensen (2010) unter der Voraussetzung, dass  $\eta_{fc}k_c$  dem in Hoang und Jensen (2010) definierten Effektivitätsfaktor  $\nu$  entspricht.

Abbildung 4.6 zeigt den Querkraftwiderstand  $V$  resp.  $V_0$  in Abhängigkeit des geometrischen Querkraftbewehrungsgehalts  $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$  mit den drei Regimes  $a$ ,  $b$  und  $c$  und den Dissipationsanteilen des Betons resp. der Querkraftbewehrung. Zusätzlich zu den in Abschnitt 2.3 angegebenen Parametern wurde  $d_c = 892$  mm,  $a = 2d_c$ ,  $s = 150$  mm,  $n_s = 2$ ,  $f_s = 500$  MPa verwendet.

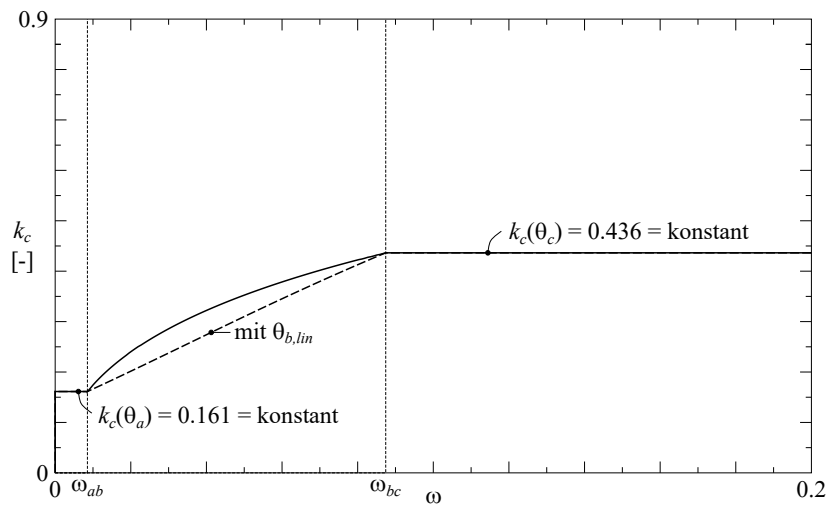
Mit den Vereinfachungen zur Bestimmung von  $V_0$  zeigt sich in Vergleich zu  $V$  eine mässige Überschätzung des Querkraftwiderstands bei zunehmenden geometrischen Querkraftbewehrungsgehalt. Mit der Linearisierung der Druckfeldneigung  $\theta_{b,lin,i}$  in Abbildung 4.7 resultieren geringfügig kleinere Querkraftwiderstände im Regime  $b$ . Abbildung 4.8 zeigt die Auswirkungen der Linearisierung der Druckfeldneigung auf den Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betonfestigkeit.



**Abbildung 4.6:** Querkraftwiderstand in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts.



**Abbildung 4.7:** Druckfeldneigung in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts.



**Abbildung 4.8:** Beiwert  $k_c$  in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts.

### Einfluss von Biegung und Normalkraft

Eine Normalkraft  $N$  bewirkt unter konstanter Biegung  $M$  neben einer Veränderung des Hebelarms der Biegekräfte  $z$  eine Reduktion der Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte, wodurch im Regime  $b$  eine flachere Druckfeldneigung  $\theta$  resultiert und sowohl der Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betonfestigkeit als auch der Querkraftwiderstand  $V$  zunehmen. Exemplarisch ist dies in Abbildung 4.9 bis Abbildung 4.11 für zwei verschiedene Dehnungen in Stegmitte dargestellt. Grundlage bilden die Parameter in Abschnitt 2.3 sowie dem vorangegangenen Abschnitt. Für die Dehnung in Stegmitte wurde zum einen eine Dehnung, die der Fließdehnung von Betonstahl entspricht, angesetzt, was beispielsweise mit einer Dyname ( $N = -5.1 \text{ MN}$ ,  $M = 2 \text{ MNm}$ ) in Abschnitt 2.3 möglich ist, zum anderen eine verschwindende Dehnung in Stegmitte ( $\epsilon_x = 0$ ), was mit einer Dyname von ( $N = 0$ ,  $M = 3.09 \text{ MNm}$ ) möglich ist.

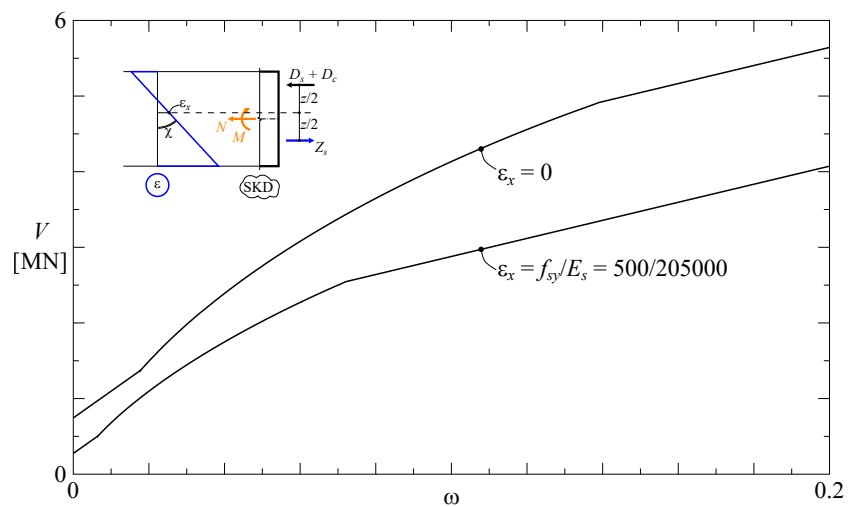


Abbildung 4.9: Querkraftwiderstand in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts.

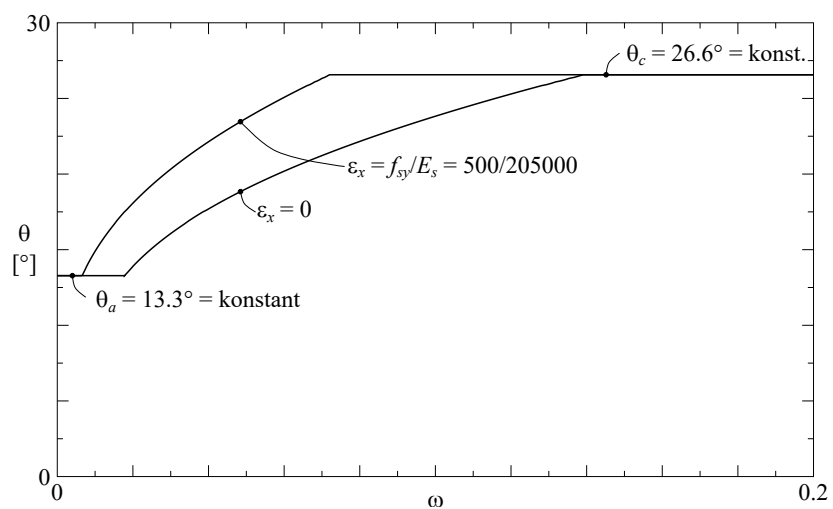


Abbildung 4.10: Druckfeldneigung in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts.

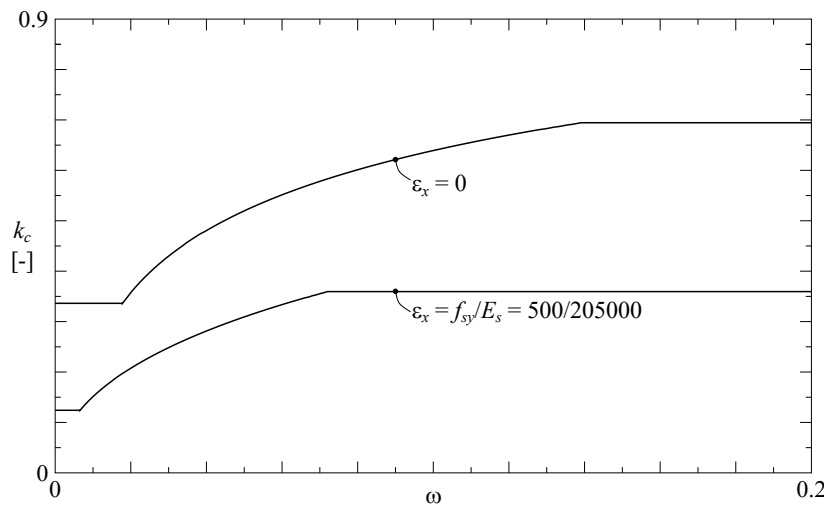
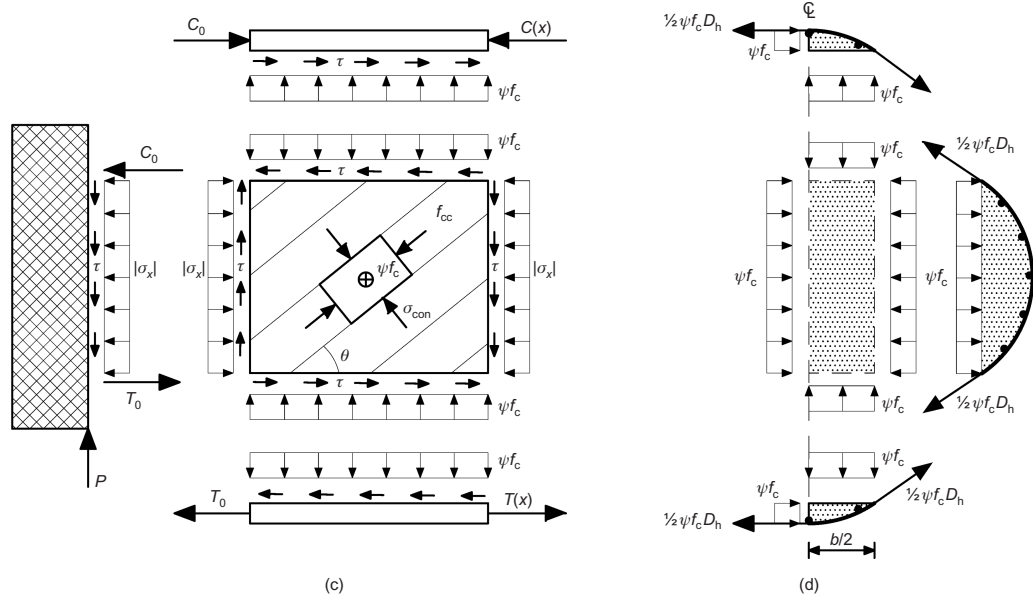


Abbildung 4.11: Beiwert  $k_c$  in Abhängigkeit des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts.

## 4.2 Unterer Grenzwert des Querkraftwiderstands - Spannungsfelder mit Berücksichtigung der Umschnürung

Hoang und Jensen (2010) entwickelten zwei Modellvorstellungen auf Grundlage von Spannungsfeldern mit Berücksichtigung der Umschnürung, mit welchen ein unterer Grenzwert des Querkraftwiderstands bestimmt werden konnte.

Die erste Modellvorstellung geht von einem Rechteckquerschnitt innerhalb des Kreisquerschnitts gemäss Abbildung 4.12 aus. Vier Kreissegmente umschliessen diesen Rechteckquerschnitt, wobei die Kreissegmente den Rechteckquerschnitt in der  $y$ - $z$ -Ebene mit  $\omega f_c = \psi f_c$  umschnüren gemäss Abschnitt 3.3. Zur Übertragung in  $x$ -Richtung von Schubspannungen  $\tau = \tau_{zx}$ , wird im Quader mit der Breite  $b$ , der Höhe  $h$  und der Ausdehnung in  $x$ -Richtung ein Schubfeld mit der Druckfeldneigung  $\theta$  und der Betondruckspannung  $f_{cc}$  angenommen. Zusammen mit der senkrecht dazu wirkenden Druckspannung  $\sigma_{con}$  in Abhängigkeit der Umschnürungswirkung der kreisförmigen Querkraftbewehrung mit der Druckspannung  $\omega f_c$ , resultiert ein triaxialer Spannungszustand im Quader. Wird diesem triaxialen Spannungszustand eine modifizierte Fließbedingung nach COULOMB zu Grunde gelegt gemäss Unterabschnitt 4.1.1 mit verschwindender Zugspannung des Betons und dem Tangens des Winkels der inneren Reibung (4.13), kann mit  $\sigma_{con}$  derjenige Querkraftbewehrungsgehalt eruiert werden, der erforderlich ist, um den triaxialen Spannungszustand sicherzustellen. Zudem resultiert ein unterer Grenzwert der Schubspannung  $\tau$  mit resp. ohne der Umschnürungswirkung in Abhängigkeit des Querkraftbewehrungsgehalts.



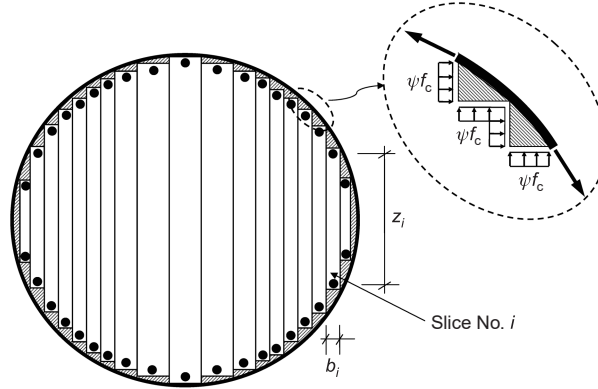
**Abbildung 4.12:** Spannungsfelder mit Berücksichtigung der Umschnürung zur Querkraftabtragung in kreisförmigen Querschnitten bestehend aus vier Kreissegmenten und einem rechteckigen Kern, Hoang und Jensen (2010).

Mit Hilfe der zweiten Modellvorstellung in Abbildung 4.13 kann gezeigt werden, dass dieser untere Grenzwert der Schubspannung  $\tau_{zx}$  innerhalb des Rechteckquerschnitts auf die gesamte Querschnittsfläche des umschnürten Kreisquerschnitts mit Radius  $r_c$  übertragen und somit ein unterer Grenzwert des Querkraftwiderstands  $V = \tau_{zx} r_c^2 \pi$  bestimmt werden kann.

Dabei wird der Querschnitt in Lamellen in Richtung der Querkraft  $V$  unterteilt, wobei die Längsbewehrungen eine spezielle Anordnung bedürfen und Biegekräfte innerhalb der jeweiligen Lamelle übernehmen müssen. Diese Lamellen sind wiederum gleichermassen umschnürt, wie in Abbildung 4.13 dargestellt.

Hoang und Jensen (2010) konnten zeigen, dass dieser untere Grenzwert des Querkraftwiderstands mit resp. ohne der Umschnürungswirkung in Abhängigkeit des Querkraftbewehrungsgehalts übereinstimmt mit den Regimes  $c$  resp.  $b$  des oberen Grenzwerts des Querkraftwiderstands in (4.22) und somit die beiden genannten Regimes einer *vollständigen Lösung* auf Grundlage der Traglastverfahren entsprechen. Prof. em. Dr. Peter Marti hat diese vollständige Lösung anlässlich der Verteidigung der Dissertation von Dr. Uffe Graaskov Jensen bestätigt und verallgemeinert, Jensen (2011).

Lediglich das Regime  $a$  entspricht einem oberen Grenzwert der Traglast, wobei dieses bei der Überprüfung bestehender Tragwerke häufig massgebend sein könnte, aufgrund der oftmals geringen vorhandenen Querkraftbewehrung, Abbildung 4.6. Zumindest ist meist eine Querkraftbewehrung zur Lagesicherung der Längsbewehrung vorhanden, so dass der Querkraftwiderstand ohne Querkraftbewehrung wohl selten bestimmt werden muss.



**Abbildung 4.13:** Spannungsfelder mit Berücksichtigung der Umschnürung zur Querkraftabtragung in kreisförmigen Querschnitten bestehend aus Lamellen in Querkrafttrichtung, Hoang und Jensen (2010).

### 4.3 Querkraftwiderstand für die Überprüfung bestehender Tragwerke

Für den Bemessungswert des Querkraftwiderstands  $V_{Rd}$  zur Überprüfung bestehender Tragwerke sind in (4.6) die Betondruckfestigkeit  $f_c$  durch  $f_{ck}/\gamma_C$  sowie  $f_s$  durch  $f_{sk}/\gamma_S$  zu ersetzen

$$\omega_{c,i} = \frac{A_{sh,i} f_{sk,i} \gamma_C}{\frac{d_c}{n_s} s_i f_{ck} \gamma_S} \quad \text{mit} \quad A_{sh,i} = \frac{\phi_{h,i}^2 \pi}{4} \quad (4.23)$$

und in gleicher Weise in (4.12) für  $V_{Rd,b}$  im Regime  $b$  und (4.14) für  $V_{Rd,c}$  im Regime  $c$ .

$$V_{Rd,b} = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{\eta_{fc} k_c}{\omega_{c,i} \sin(\beta_i)} - 1}} + \omega_{c,i} \sin(\beta_i) \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{1 - \frac{2\omega_{c,i} \sin(\beta_i)}{\eta_{fc} k_c}} - 1}} + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\}$$

$$V_{Rd,c} = \frac{d_c^2 \pi}{4 n_s} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{4} + \omega_{c,i} \sin(\beta_i) \left( \frac{3}{4} + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \quad (4.24)$$

Die Grenze des mechanischen Bewehrungsgehalts zwischen dem Regime  $b$  und  $c$  gemäss (4.17)<sub>2</sub> resultiert unverändert

$$\omega_{c,bc,i} = \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta_i)} \quad (4.25)$$

#### Minimale Druckfeldneigung in Regime $a$

In Versuchen ist die minimale Druckfeldneigung mit der Randbedingung der Schubspannweite  $a$  definiert, Abbildung 4.4. Gemäss SIA 262 (2025) darf bei einer detaillierten Untersuchung bestehender Tragwerke in der Näherungsstufe 2 für Querkraftbewehrungen der *Duktilitätsklassen B und C* die minimale Druckfeldneigung bis  $\theta_{\min} = 18^\circ$  reduziert werden, in Anlehnung an  $\cot(\theta) = 3$  im EC 2 (2023) der Näherungsstufe 1 mit

signifikanter Normaldruckkraft. Demnach entsteht aus (4.16) für den Bemessungswert des Querkraftwiderstands in Regime *a*

$$V_{Rd,a} = \frac{d_c^2 \pi}{4n_s} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \tan(\theta_{\min}) + \omega_{c,i} \sin(\beta_i) \left( \cot(2\theta_{\min}) + \frac{1}{\tan(\beta_i)} - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \quad (4.26)$$

und für die Grenze des mechanischen Querkraftbewehrungsgehalts zwischen den Regimen *a* und *b* ergibt sich

$$\omega_{c,ab,i} = \sin^2(\theta_{\min}) \frac{\eta_{fc} k_c}{\sin(\beta_i)} \quad (4.27)$$

Für Querkraftbewehrungen der *Duktilitätsklasse A* ist die minimale Druckfeldneigung gemäss SIA 262 (2025) wie folgt zu begrenzen

$$\theta_{\min} \cong 20^\circ + 10'000 \epsilon_x \quad (4.28)$$

(4.28) entspricht einer Vereinfachung bzw. Linearisierung von (3.15) in Anlehnung an Sigrist (2011) und ist nur eingeschränkt gültig für einen bestimmten Wertebereich der Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte und für bestimmte Duktilitäts- und Festigkeitseigenschaften der Querkraftbewehrung.

Eine allgemeine Abhandlung zur minimalen Druckfeldneigung, bei der die Dehnung  $\epsilon_z$  in (3.15) auf Grundlage des Zuggurtmodells [Marti et al. (1998)] berücksichtigt wird, ist in Sigrist (2011) sowie Sigrist und Hackbarth (2010) und darauf aufbauend in Sigrist et al. (2013) enthalten, womit insbesondere auch Bereiche mit plastischen Gurtverformungen untersucht werden können.

#### 4.3.1 Zusammenfassung Querkraftwiderstand für die Überprüfung bestehender Tragwerke

Zusammengefasst resultiert der Bemessungswert des Querkraftwiderstands  $V_{Rd}$  auf Grundlage des Stegdruckbruchmechanismus aus (4.26) und (4.24) mit (4.27) und (4.25)

$$V_{Rd} = \begin{cases} V_{Rd,a} = \frac{d_c^2 \pi}{4n_s} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \tan(\theta_{\min}) + \omega_{c,i} \sin(\beta_i) \left( \cot(2\theta_{\min}) + \cot(\beta_i) - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \\ \quad \text{falls } 0 \leq \omega_{c,i} \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{\sin(\beta_i)} \sin^2(\theta_{\min}) \\ V_{Rd,b} = \frac{d_c^2 \pi}{4n_s} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \sqrt{\eta_{fc} k_c \omega_{c,i} \sin(\beta_i) \left( 1 - \frac{\omega_{c,i} \sin(\beta_i)}{\eta_{fc} k_c} \right)} + \omega_{c,i} \sin(\beta_i) \left( \cot(\beta_i) - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \\ \quad \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{\sin(\beta_i)} \sin^2(\theta_{\min}) < \omega_{c,i} \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta_i)} \\ V_{Rd,c} = \frac{d_c^2 \pi}{4n_s} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \sum_{i=1}^{n_s} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{4} + \omega_{c,i} \sin(\beta_i) \left( \frac{3}{4} + \cot(\beta_i) - \frac{s_i}{d_c} \right) \right\} \\ \quad \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta_i)} < \omega_{c,i} \end{cases} \quad (4.29)$$

Für die in der Baupraxis häufig verwendete  $n_s = 2$ -schnitte *Spiralbewehrung* vereinfacht sich (4.29) mit  $f_{sk} = f_{sk,1} = f_{sk,2}$ ,  $s = s_1 = s_2$ ,  $\beta_1 = \pi/2 - \arctan(s/(2d_c))$ ,  $\beta_2 = \pi/2 +$

$\arctan(s/(2d_c)), \sin(\beta_1) = \sin(\beta_2) = \sin(\beta), \cot(\beta_1) + \cot(\beta_2) = 0, \varnothing_h = \varnothing_{h,1} = \varnothing_{h,2},$   
 $A_{sh,1} = A_{sh,2} = \varnothing_h^2 \pi / 4$  und somit

$$\omega_c = \frac{A_{sw}}{d_c s} \frac{f_{sk}}{f_{ck}} \frac{\gamma_C}{\gamma_S} \quad \text{mit} \quad A_{sw} = n_s A_{sh,1} = 2 \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} \quad (4.30)$$

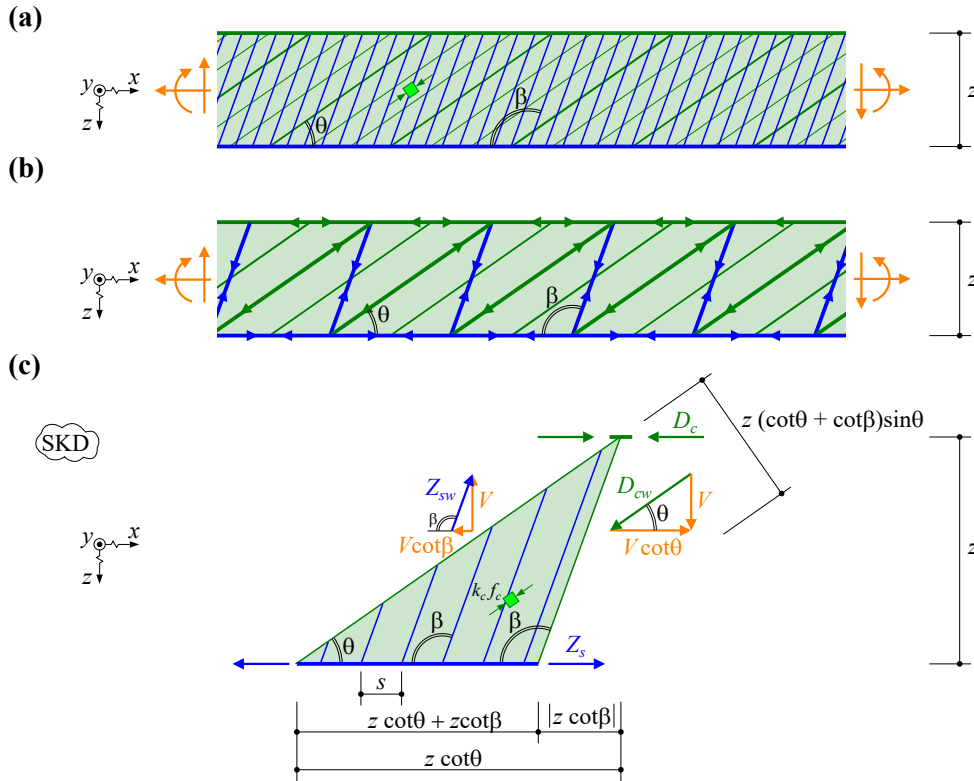
zu

$$V_{Rd} = \begin{cases} V_{Rd,a} = \frac{d_c^2 \pi}{4} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \tan(\theta_{\min}) + \omega_c \sin(\beta) \left( \cot(2\theta_{\min}) - \frac{s}{d_c} \right) \right\} \\ \quad \text{falls } 0 \leq \omega_c \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{\sin(\beta)} \sin^2(\theta_{\min}) \\ V_{Rd,b} = \frac{d_c^2 \pi}{4} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \left\{ \sqrt{\eta_{fc} k_c \omega_c \sin(\beta) \left( 1 - \frac{\omega_c \sin(\beta)}{\eta_{fc} k_c} \right)} - \omega_c \sin(\beta) \frac{s}{d_c} \right\} \\ \quad \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{\sin(\beta)} \sin^2(\theta_{\min}) < \omega_c \leq \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta)} \\ V_{Rd,c} = \frac{d_c^2 \pi}{4} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{4} + \omega_c \sin(\beta) \left( \frac{3}{4} - \frac{s}{d_c} \right) \right\} \\ \quad \text{falls } \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta)} < \omega_c \end{cases} \quad (4.31)$$

Zu beachten ist dabei, dass aufgrund der unterschiedlichen Druckfeldneigungen der Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betondruckfestigkeit in den drei Regimes  $a$ ,  $b$  und  $c$  variiert. Zudem ist bei der Ermittlung der Dehnung in Stegmitte mit Unterabschnitt 2.3.1 zur Bestimmung von  $k_c$  die Längszugkraft infolge Querkraft  $F_{Vd}$  bei der Querschnittsbetrachtung gemäss Unterabschnitt 4.4.1 zu berücksichtigen.

Der Einfluss des Stababstands  $s$  und somit der Ganghöhe einer Spiralbewehrung auf den Querkraftwiderstand wird im Unterabschnitt 4.4.4 diskutiert.





**Abbildung 4.15:** Ungünstig geneigte Querkraftbewehrung: (a) Spannungsfeld; (b) und (c) zugehöriges Fachwerkmodell und Schnittkörperdiagramm.

#### 4.4.1 Querschnittsbetrachtung

In Bereichen kontinuierlicher Spannungsfelder kann die Bemessung auf Grundlage einer Querschnittsbetrachtung erfolgen im Abstand

$$z \cot(\theta) \quad (4.32)$$

vom Auflagerrand oder von Lasteinleitungsstellen grosser Kräfte, SIA 262 (2025). Die nachfolgenden Bemessungsbeziehungen für die günstig resp. ungünstig geneigte Querkraftbewehrung können den Schnittkörperdiagrammen der Bilder 4.14(c) resp. 4.15(c) entnommen werden in Anlehnung an Kaufmann (2024).

#### Widerstand der Querkraftbewehrung

Der Widerstand von zur Bauteilachse  $x$  geneigten  $n_s$  Querkraftbewehrungen  $i$  beträgt

$$V_{Rd,s,\beta} = \frac{b_w}{d_c} z \sum_{i=1}^{n_s} \frac{A_{sh,i}}{s_i} f_{sd,i} (\cot \theta + \cot(\beta_i)) \sin(\beta_i) \quad (4.33)$$

Die Druckfeldneigung  $\theta$  darf beispielsweise gemäss SIA 262 (2025) innerhalb folgender Grenzen frei gewählt werden

$$\begin{aligned} 30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ & \quad \text{bzw.} \\ \sqrt{3} \leq \cot \theta \leq 1 & \quad \text{oder} \\ 5/3 \lesssim \cot \theta \leq 1 & \end{aligned} \quad (4.34)$$

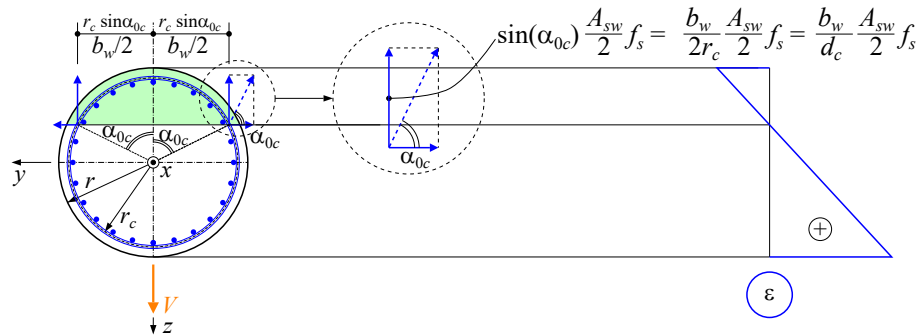
Das Verhältnis  $b_w/d_c$  in (4.33) beschreibt die Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung gemäss Schwartz (2002) sowie EC 2 (2023) und entspricht der Komponente der Fliesszugkraft der kreisförmigen Querkraftbewehrung in Richtung der Querkraft  $V$  gemäss Abbildung 4.16 und (2.32) auf Höhe der neutralen Achse, entsprechend den maximalen Schubspannungen auf dieser Höhe gemäss Abbildung 3.2, womit die theoretische Stegbreite  $b_w$  festgelegt ist.

Teile der Längsbewehrungen seitlich dieser theoretischen Stegbreite in Abbildung 2.11 können vernachlässigt werden, wodurch der in Unterabschnitt 2.4.3 behandelte, reduzierte Querschnitt entsteht.

Die Lage der neutralen Achse und dementsprechend die theoretische Stegbreite und somit auch die Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung mit (2.32) kann innerhalb der folgenden, geometrischen Grenzen frei gewählt werden

$$\sqrt{1 - \left(\frac{r_s}{r_c}\right)^2} \leq \frac{b_w}{d_c} \leq 1.0 \quad (4.35)$$

Bei der Wahl der Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung resp. von  $b_w/d_c$  und somit der Lage der neutralen Achse müssen sowohl die statischen und kinematischen Beziehungen als auch die Werkstoffbeziehungen, die der Querschnittsanalyse unter Biegung mit oder ohne Normalkraft zu Grunde liegen, erfüllt werden. Unterabschnitt 2.4.3 zeigt hierzu eine mögliche Querschnittsanalyse mit algebraischen Gleichungen auf.



**Abbildung 4.16:** Wirksamkeit einer kreisförmigen Querkraftbewehrung nach Schwartz (2002) und EC 2 (2023) mit  $b_w/2 = r_c \sin(\alpha_{0c})$ .

### Überprüfen der theoretischen Stegabmessungen

Die theoretischen Stegabmessungen sind für die gewählte Druckfeldneigung mit folgender Beziehung zu überprüfen

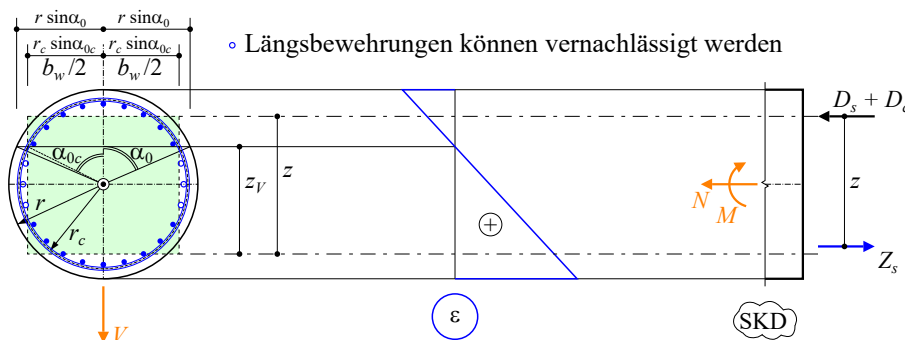
$$V_{Rd,C,\beta} = z k_c f_{cd} \sin^2(\theta) \sum_{i=1}^{n_s} \frac{b_w}{n_s} (\cot(\theta) + \cot(\beta_i)) \quad (4.36)$$

mit dem Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betondruckfestigkeit von beispielsweise 0.55 gemäss SIA 262 (2025). Diesem Wert liegt eine Dehnung  $\epsilon_1$  senkrecht zur Druckfeldneigung  $\theta$  vom dreifachen der Fliessdehnung von Betonstahl (500/205000) zugrunde gemäss (3.13) und zugehörig dem 1.3-fachen der Fliessdehnung von Betonstahl in  $\epsilon_x$  und  $\epsilon_z$  mit  $\theta = 45^\circ$  oder der halben resp. doppelten Fliessdehnung von Betonstahl in  $\epsilon_x$  resp.  $\epsilon_z$  mit  $\theta = 30^\circ$  gemäss (3.14) und (3.15).

Schwartz (2002) schlägt, wie im vorigen Abschnitt aufgeführt, für die theoretische Stegbreite  $b_w$  die Breite des umschnürten Kreisquerschnitts mit Radius  $r_c$  auf Höhe der

neutralen Achse vor mit (2.32), vgl. Abbildung 2.11 oder Abbildung 4.17. Für die theoretische Steghöhe zur Bestimmung von  $V_{Rd,C}$  und  $V_{Rd,S}$  soll (anstelle von  $z$ ) der Abstand  $z_V$  von der neutralen Achse zur Biegezugkraft eingesetzt werden. Darüber hinaus ist gemäss Schwartz (2002) eine Optimierung des Querkraftwiderstands möglich mit einer geringeren, theoretischen Stegbreite  $b_w \leq 2r_c \sin(\alpha_{0c})$  und dadurch grösserem Abstand  $z_V$ .

Diese Vorschläge wurden im EC 2 (2023) übernommen mit der Anpassung, dass zur Bestimmung von  $V_{Rd,C}$  und  $V_{Rd,S}$  der Hebelarm  $z$  der Biegekräfte eingesetzt werden kann. Abbildung 4.17 zeigt die daraus resultierende, rechteckförmige, theoretische Stegfläche als grün markierte Fläche unter der Voraussetzung  $b_w = 2r_c \sin(\alpha_{0c})$ . Je nach Lage der Biegekräfte und dem Verhältnis  $r_c/r$  resp.  $r_s/r$  kann diese theoretische Stegfläche den Kreisquerschnitt auf der Biegedruck- und/oder Biegezugseite geringfügig überragen.



**Abbildung 4.17:** Theoretische Stegfläche gemäss Schwartz (2002) und EC 2 (2023) mit  $b_w \leq 2r_c \sin(\alpha_{0c})$ .

Abbildung 4.18 zeigt beispielhaft die Bemessungswerte der Querkraftwiderstände und das Biegetragverhalten des reduzierten und des gesamten Querschnitts in Abhängigkeit der Wahl der Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung mit  $b_w/d_c$  (Lage der neutralen Achse); letztere ist jeweils auf den Abszissenachsen der Diagramme innerhalb der Grenzen gemäss (4.35) dargestellt. Die zugehörigen Parameter sind in Abbildung 4.18 aufgeführt. Unterschieden werden zwei Normalkraftbeanspruchungen, wobei die Parameter mit  $N = 0$  dem Bemessungsbeispiel in Abschnitt 6.1 entsprechen. Grundlage für das Biegetragverhalten am reduzierten Querschnitt mit  $M_{Rd}$ ,  $z$  und  $f_{cdsup}$  bildet der Unterabschnitt 2.4.3 und für den gesamten Querschnitt der Unterabschnitt 2.4.1, wobei Abschnitt 2.5 zu beachten ist.

Das Beispiel in Abbildung 4.18 zeigt, dass die Wahlmöglichkeit der Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung mit  $b_w/d_c$  in Abhängigkeit der Normalkraft  $N$  resp. der Druckfestigkeit des Betons in der Biegedruckzone gemäss (2.34)<sub>3</sub> stark eingeschränkt wird. Demnach wird  $M_{Rd}$ ,  $z$  und  $f_{cd\sup}$  von der Normalkraft beeinflusst; hingegen sind die Bemessungswerte der Querkraftwiderstände  $V_{Rd}$  für die Bemessung neuer Tragwerke unabhängig von der Normalkraft.

### Längszugkraft infolge Querkraft

Aus den geneigten Spannungsfeldern resultiert eine Längszugkraft  $F_{lVd,\beta}$  in  $x$ -Richtung

$$F_{tVd,\beta} = V_d \left( \cot(\Theta) - \sum_{i=1}^{n_s} \cot(\beta_i) \right) \quad (4.37)$$

welche je zu Hälfte vom Druck- bzw. Zuggurt aufgenommen werden muss.

### Vereinfachungen

Für die in der Baupraxis häufig verwendete  $n_s = 2$ -schnittige *Spiralbewehrung* vereinfachen sich obige Beziehungen mit  $f_{sd} = f_{sd,1} = f_{sd,2}$ ,  $s = s_1 = s_2$ ,  $\beta_1 = \pi/2 - \arctan(s/(4r_c))$ ,  $\beta_2 = \pi/2 + \arctan(s/(4r_c))$ ,  $\sin(\beta_1) = \sin(\beta_2) = \sin(\beta)$ ,  $\cot(\beta_1) + \cot(\beta_2) = 0$ ,  $\varnothing_h = \varnothing_{h,1} = \varnothing_{h,2}$ ,  $A_{sh,1} = A_{sh,2} = \varnothing_h^2 \pi/4$  und somit

$$A_{sw} = \frac{2}{n_s} \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} \quad (4.38)$$

zu

$$\begin{aligned} V_{Rd,s,\beta} &= \frac{b_w}{d_c} z \frac{A_{sw}}{s} f_{sd} \cot(\theta) \sin(\beta) \\ V_{Rd,c,\beta} &= b_w z k_c f_{cd} \sin(\theta) \cos(\theta) \\ F_{tVd,\beta} &= V_d \cot(\theta) \end{aligned} \quad (4.39)$$

Im Falle von *senkrecht* zur Bauteilachse  $x$  angeordneter Querkraftbewehrung ist in (4.39)  $\sin(\beta) = 1$  einzusetzen.

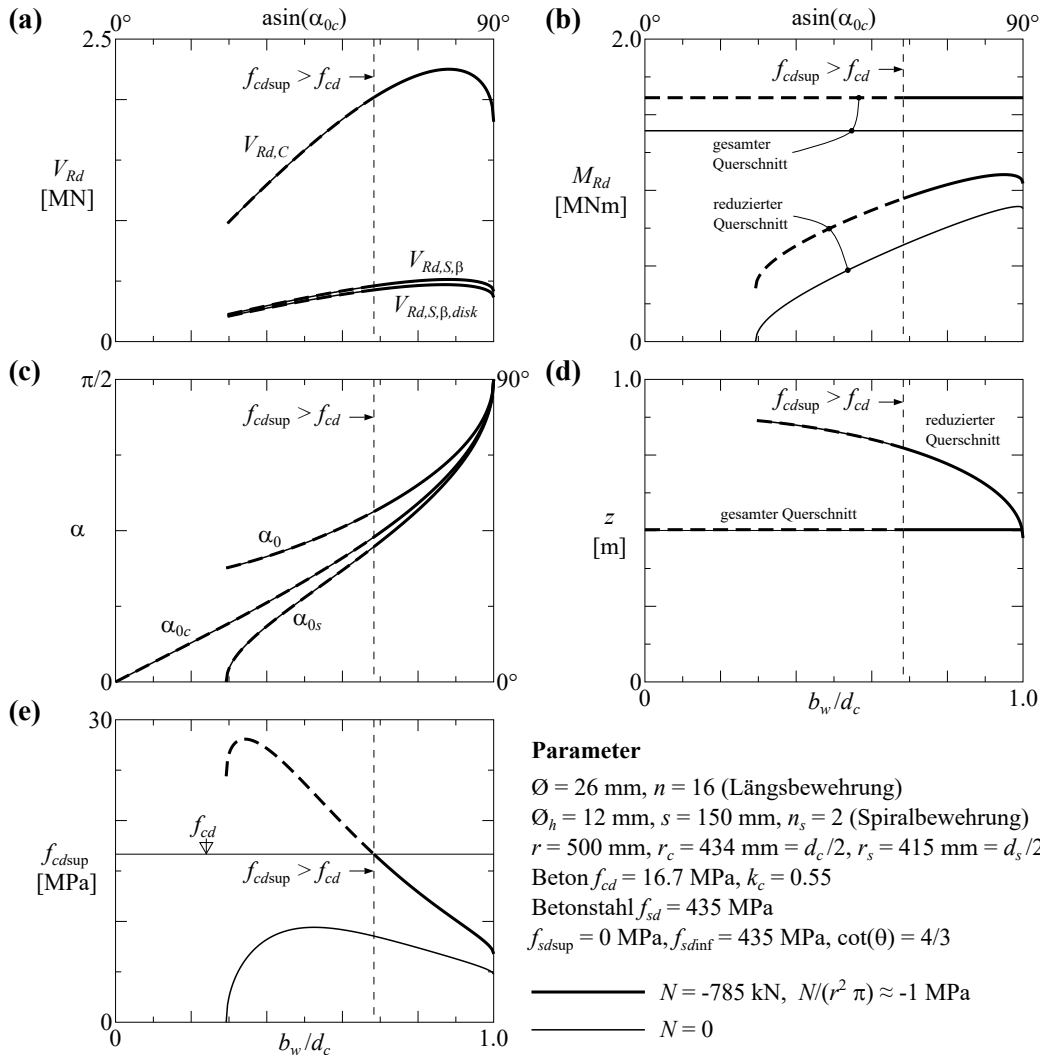
$$\begin{aligned} V_{Rd,s} &= \frac{b_w}{d_c} z \frac{A_{sw}}{s} f_{sd} \cot \theta \\ V_{Rd,c} &= b_w z k_c f_{cd} \sin(\theta) \cos(\theta) \\ F_{tVd} &= V_d \cot(\theta) \end{aligned} \quad (4.40)$$

### Näherungen

In den Beziehungen (4.33) bis (4.40) dürfen näherungsweise mit  $\sin(\alpha_{0c}) \cong \pi/4$

$$\frac{b_w}{d_c} \cong \frac{\pi}{4} \quad \text{und} \quad z \cong r \quad (4.41)$$

gemäss Unterabschnitt 4.1.2 und Kapitel 2 eingesetzt werden.



**Abbildung 4.18:** Beispiel der Bemessungswerte der Querkraftwiderstände und des Biegetragverhaltens am reduzierten Querschnitt in Abhängigkeit von  $b_w/d_c$ : (a) Bemessungswert der Querkraftwiderstände gemäss Unterabschnitt 4.4.1 und Unterabschnitt 4.4.3; (b) und (d) Biege- und Hebelarmwiderstände gemäss Unterabschnitt 2.4.3 reduzierter Querschnitt und Unterabschnitt 2.4.1 gesamter Querschnitt; (c) Winkel zur Druckzone gemäss (2.32) und (2.33); (e) Betondruckspannung in der Biegedruckzone gemäss (2.37).

#### 4.4.2 Minimale Querkraftbewehrung

Zur Verhinderung eines spröden Versagens muss die kreisförmige, senkrecht zur Bauteilachse  $x$  angeordnete Querkraftbewehrung bestehend aus  $n_s = 2$ -schnittigen Bügelreihen folgende Ungleichung aus (3.7) mit (4.40) erfüllen

$$\frac{\pi}{4} z \frac{A_{sw}}{s} f_{sk} \cot \theta \geq \frac{1}{3} d \sin(\alpha_0) z f_{ctm} \quad (4.42)$$

$b_w/d_c$

Zusammen mit der Definition des geometrischen resp. mechanischen Bewehrungsgehalts einer zweisehnittigen, kreisförmigen Querkraftbewehrung mit dem Stabdurchmesser  $\varnothing_h$ , mit dem Index  $h$  für „hoop“

$$\rho = \frac{2}{n_s} \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} \frac{1}{s d_c} \frac{1}{b_w} \text{ resp. } \omega = \rho \frac{f_{sk}}{f_{ck}} = 2 \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} \frac{1}{s d_c} \frac{f_{sk}}{f_{ck}} \quad (4.43)$$

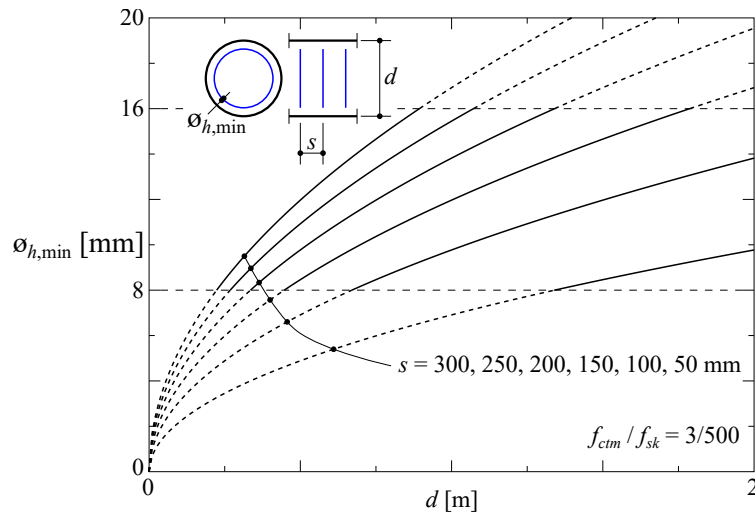
resultiert für baupraktisch übliche Verhältnisse von  $\cot(\theta) = 4/3$  aus (4.34) und  $\sin(\alpha_0) \cong \pi/4$  aus Kapitel 2 eingesetzt in (4.42) der minimal erforderliche, mechanische oder geometrische Bewehrungsgehalt einer kreisförmigen Querkraftbewehrung zu

$$\begin{aligned}\omega_{\min} &= \frac{d}{4d_c} \frac{f_{ctm}}{f_{ck}} \\ \rho_{\min} &= \frac{d}{4d_c} \frac{f_{ctm}}{f_{sk}}\end{aligned}\quad (4.44)$$

Für  $d/d_c = 0.9$  und  $f_{ctm} = 3$  MPa sowie  $f_{sk} = 500$  MPa ergibt sich ein minimal erforderlicher geometrischer Bewehrungsgehalt aus (4.44)<sub>2</sub> von 0.167%.

Mithin resultiert für den minimal erforderlichen Stabdurchmesser  $\varnothing_{h,\min}$  einer kreisförmigen, senkrecht zur Bauteilachse  $x$  angeordneten Querkraftbewehrung, Abbildung 4.19.

$$\varnothing_{h,\min} = \sqrt{\frac{sd}{2\pi} \frac{f_{ctm}}{f_{sk}}}\quad (4.45)$$



**Abbildung 4.19:** Minimal erforderlicher Durchmesser einer kreisförmigen Querkraftbewehrung.

Auf den Einfluss des Abminderungsfaktors  $k_t$  der SIA 262 (2025) auf die Zugfestigkeit des Betons wird in (4.44) und (4.45) verzichtet. Der Abminderungsfaktor wurde an Biegeversuchen kalibriert [SIA D 0218 (2003)] und bezieht sich nicht auf die Bildung diagonalen Risse im Trägersteg gemäss Abschnitt 3.2.

#### 4.4.3 Berücksichtigung des endlichen Stababstands der Querkraftbewehrung

Aufbauend auf den Betrachtungen zum Stegdruckbruchmechanismus in Abschnitt 4.1 kann für den in Marti et al. (1999) beschriebenen *Kollapsrissmechanismus* der endliche Stababstand der Querkraftbewehrung ebenfalls berücksichtigt werden und dient als Grundlage für die Hinweise zur konstruktiven Durchbildung in Unterabschnitt 4.4.4.

### Kollapsrissmechanismus in Stahlbetonscheibe

Abbildung 4.20 zeigt eine Stahlbetonscheibe der Höhe  $z$  und der Breite  $b_w$  mit  $n_{sx}$  Bewehrungslagen in  $x$ -Richtung und  $n_s$  Bewehrungslagen  $i$ , welche um den Winkel  $\beta_i$  zur  $x$ -Achse geneigt sind. Für den in Abbildung 4.20(a) dargestellten Bruchmechanismus mit der in rot markierten kinematischen Diskontinuitätsebene und der Voraussetzung einer (virtuellen) Translationsbewegung soll die Richtung des Sprungvektors  $\dot{\delta}$  senkrecht auf die Druckfeldneigung  $\theta$  orientiert sein d. h.  $\alpha$  in Abbildung 4.1(a) wird zu  $\pi/2$  gesetzt; sodann leistet der Beton keine Dissipationsarbeit gemäss (4.2) und bleibt dementsprechend elastisch.

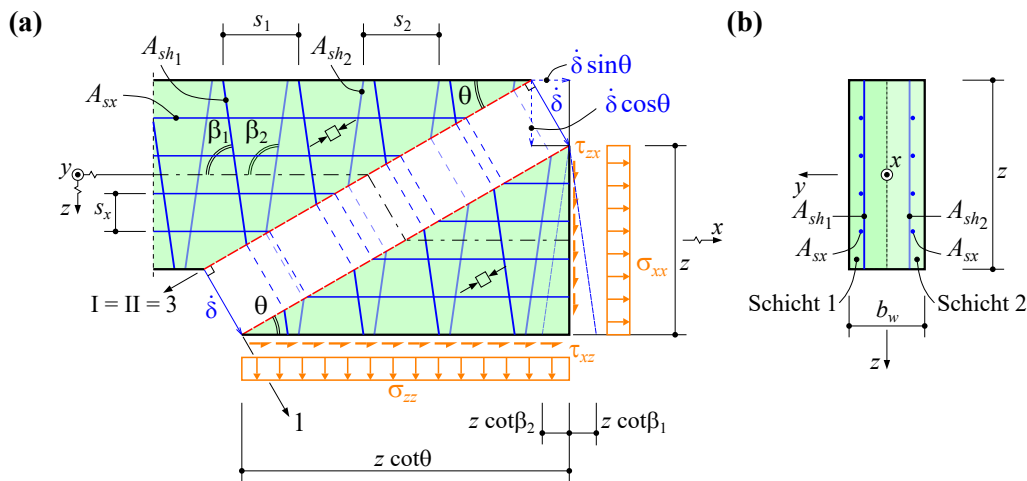
Die Arbeit der äusseren Kräfte ergibt sich zu

$$W_e = b_w z [\sigma_{xx} \dot{\delta} \sin(\theta) + \tau_{xz} \cot(\theta) \dot{\delta} \sin(\theta) + \sigma_{zz} \cot(\theta) \dot{\delta} \cos(\theta) + \tau_{zx} \dot{\delta} \cos(\theta)] \quad (4.46)$$

und für die Dissipationsarbeit entsteht der Ausdruck

$$\dot{D} = n_{sx} A_{sx} f_s \frac{z}{s_x} \dot{\delta} \sin(\theta) + \sum_{i=1}^{n_s} A_{shi} f_s \sin(\beta_i) \left( \frac{z \cot(\theta) + z \cot(\beta_i)}{s_i} - 1 \right) \dot{\delta} \cos(\theta) \quad (4.47)$$

wobei der Klammerausdruck im zweiten Term in (4.47)  $(n - 1)$  diskrete Bewehrungen kennzeichnet, welche um den Winkel  $\beta_i$  zur  $x$ -Achse geneigt sind, Marti (1986), Heinzmann (2012).



**Abbildung 4.20:** Kollapsrissmechanismus einer Stahlbetonscheibe in Anlehnung an Jäger (2009): (a) Ansicht; (b) Querschnitt.

Mit den Voraussetzungen in Hinblick auf eine *Spiralbewehrung* mit  $n_s = 2$ ,  $s_1 = s_2 = s$ ,  $\sin(\beta_1) = \sin(\beta_2) = \sin(\beta)$ ,  $\cot(\beta_1) + \cot(\beta_2) = 0$ ,  $A_{sh,1} = A_{sh,2} = A_{sh} = \varnothing_h^2 \pi / 4$  und den zugehörigen geometrischen Bewehrungsgehalten

$$\begin{aligned} \rho_x &= \frac{n_{sx} A_{sx}}{b_w s_x} \\ \rho_h &= \frac{n_s A_{sh}}{b_w s} \end{aligned} \quad (4.48)$$

sowie Gleichsetzen von (4.46) mit (4.47) resultiert eine Schubspannung  $\tau_{zx}(\theta) = \tau_{xz}(\theta)$  in Abhängigkeit der Druckfeldneigung  $\theta$ . Lösen der Extremalwertaufgabe  $d\tau_{zx}(\theta)/d\theta = 0$  führt auf

$$\cot^2(\theta) = \sqrt{\frac{\rho_x f_s - \sigma_{xx}}{\rho_h f_s \sin(\beta) - \sigma_{zz}}} \quad (4.49)$$

(4.49) entspricht der Druckfeldneigung für das Regime 1 von Stahlbetonscheiben basierend auf dem unteren, statischen Grenzwert der Traglastverfahren, womit eine vollständige Lösung vorliegt, vgl. Marti (2014).

Einsetzen von (4.49) in  $\tau_{zx}(\theta)$  führt auf den minimalen oberen Grenzwert

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \sqrt{[\rho_h f_s \sin(\beta) - \sigma_{zz}][\rho_x f_s - \sigma_{xx}]} - \frac{1}{2} \rho_h f_s \sin(\beta) \frac{s}{z} \quad (4.50)$$

resp. mit (4.49) resultiert

$$\tau_{zx} = \rho_h f_s \sin(\beta) \left( \cot(\theta) - \frac{s}{2z} \right) - \sigma_{zz} \cot(\theta) \quad (4.51)$$

#### Übertragung auf theoretischen Trägersteg des kreisförmigen Querschnitts

Wird dieser minimale obere Grenzwert der Schubspannung (4.51) mit der theoretischen Stegfläche, resultierend aus der Stegbreite  $b_w$  und dem Hebelarm  $z$ , multipliziert und zusätzlich die Wirksamkeit  $b_w/d_c$  der kreisförmigen Querkraftbewehrung gemäss Unterabschnitt 4.4.1 berücksichtigt, ergibt sich ein minimaler oberer Grenzwert des Bemessungswerts mit  $f_s = f_{sd}$  des Querkraftwiderstands einer Spiralbewehrung mit Berücksichtigung des endlichen Stababstands derselben zu

$$\begin{aligned} V_{Rd,S,\beta,disk} &= \frac{b_w}{d_c} \tau_{zx} b_w z = \frac{b_w}{d_c} \frac{A_{sw}}{n_s A_{sh}} \frac{1}{s} f_{sd} \sin(\beta) \left( z \cot(\theta) - \frac{s}{2} \right) \quad \text{resp.} \\ V_{Rd,S,\beta,disk} &= \frac{b_w}{d_c} A_{sw} f_{sd} \sin(\beta) \left( \frac{z \cot(\theta)}{s} - \frac{1}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.52)$$

(4.52) und (4.40)<sub>1</sub> werden im folgenden Abschnitt verglichen. Abbildung 4.18(a) zeigt exemplarisch den Unterschied zwischen (4.52) und (4.39)<sub>1</sub>.

#### 4.4.4 Konstruktive Durchbildung

Der Querkraftwiderstand einer Spiralbewehrung gemäss (4.52) mit einer Ganghöhe  $s$  vermindert sich im Vergleich zu einer senkrecht zur Bauteilachse  $x$  angeordneten, als unendlich fein verteilte Einzelfasern idealisierten Querkraftbewehrung gemäss (4.40) einerseits um den Faktor  $\sin(\beta)$  und andererseits um die Berücksichtigung von  $(n - 1)$  diskreter Querkraftbewehrungen. Aus dem Verhältnis von (4.52) zu (4.40)<sub>1</sub> ergibt sich

$$\frac{1}{\underbrace{\sqrt{\left(\frac{s}{4r_c}\right)^2 + 1}}_{\sin(\beta)}} \underbrace{\left(1 - \frac{s}{2r \cot(\theta)}\right)}_{\frac{n-1}{n} \text{ mit } z \cong r} \quad (4.53)$$

Demnach resultiert eine Verminderung des Querkraftwiderstands um mehr als 5%, falls

$$s \geq \frac{r}{6} \text{ bis } \frac{r}{10} \quad \text{für} \quad \theta = 30^\circ \text{ bis } 45^\circ \quad (4.54)$$

und in der Bemessung die Spiralbewehrung als unendlich fein verteilte Einzelfasern idealisiert sowie als senkrecht zur Bauteilachse  $x$  orientiert angenommen wird. Für die konstruktive Durchbildung der Querkraftbewehrung in Kreisquerschnitten ist insbesondere die Berücksichtigung von  $(n - 1)$  diskreter Querkraftbewehrungen angezeigt, bedingt durch den im Vergleich zum Rechteckquerschnitt mit oftmals konzentrierten Gurtungen (Stringern) geringeren Hebelarm im Vergleich zur Bauteilhöhe resp. des Durchmessers des Kreisquerschnitts, herrührend aus der in der Baupraxis oft gleichmässig verteilt angeordneten Längsbewehrung in kreisrunden Querschnitten.

In der SIA 267 (2013) ist der Stababstand  $s$  der Querkraftbewehrung in Bohrpfählen auf 400 mm limitiert. Für einen Bohrpfahl mit  $r = 0.5$  resp. 1 m resultiert mit  $\theta = 30^\circ$  bis  $45^\circ$  und  $r_c = 0.9r$  und  $s = 400$  mm aus (4.53) eine Verminderung des Querkraftwiderstands um 25 bis 41% resp. 12 bis 21%, falls in der Bemessung die Spiralbewehrung als unendlich fein verteilte Einzelfasern idealisiert wird und als senkrecht zur Bauteilachse  $x$  orientiert angenommen wird. Mit denselben Parametern und einem Stababstand der Querkraftbewehrung von  $s = 150$  mm resultiert eine Verminderung von 9 bis 15% für  $r = 0.5$  m resp. 4 bis 8% für  $r = 1$  m

Für die Baupraxis empfiehlt sich demnach die Verwendung von Spiralbewehrungen mit kleinen Ganghöhen  $s$  und entsprechend geringer erforderlichen Stabdurchmessern. Dabei sind die Einschränkungen des lichten Stababstands der Längs- und Querkraftbewehrungen für Ortbetonpfähle gemäss SIA 267-C2 (2018) zu beachten, um eine einwandfreie Verarbeitbarkeit und Qualität des Betons gewährleisten zu können.

## 5 Vergleiche mit Modellvorstellungen

Nachfolgend wird die Modellvorstellung mit den Versuchen aus der Datenbank und den weiteren Modellvorstellungen verglichen und validiert.

### 5.1 Vergleich der Versuche mit der Modellvorstellung

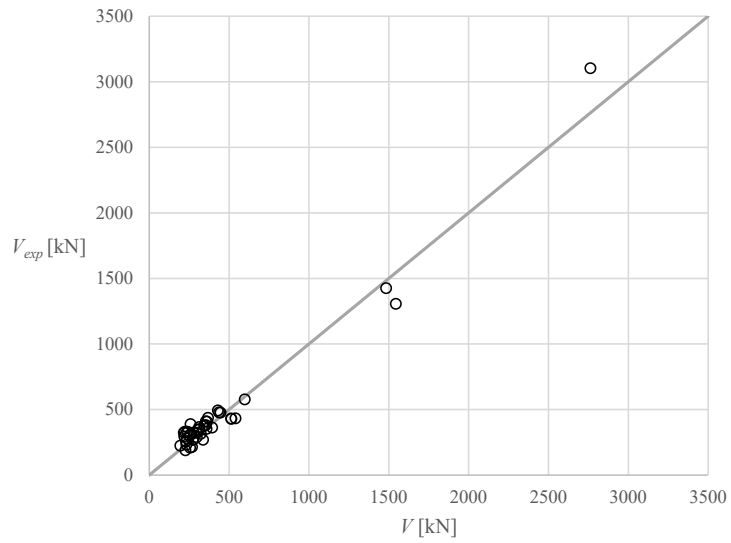
Der Vergleich der Modellvorstellung gemäss Unterabschnitt 4.1.3 mit den Versuchen aus der Datenbank gemäss Abschnitt A.2 ist in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Der Vergleich beschränkt sich auf Versuche mit gleichmässig über den Kreisumfang angeordneter Längsbewehrung und kreisförmiger Querkraftbewehrung sowie einem Durchmesser grösser als 400 mm; diese Grenze entspricht in etwa einem Hebelarm der Biegekräfte von 200 mm beim Erreichen des Biegewiderstands gemäss Kapitel 2. Zudem wurden Versuche ausgeschlossen, bei denen ein Biegeversagen in den jeweiligen Versuchsberichten dokumentiert wurde und  $M_{exp}/M_u \geq 0.9$ . In Versuchen ohne Querkraftbewehrung wurde  $r_c$  dem Radius  $r$  gleichgesetzt.

### Vergleich der Versuche mit der Modellvorstellung

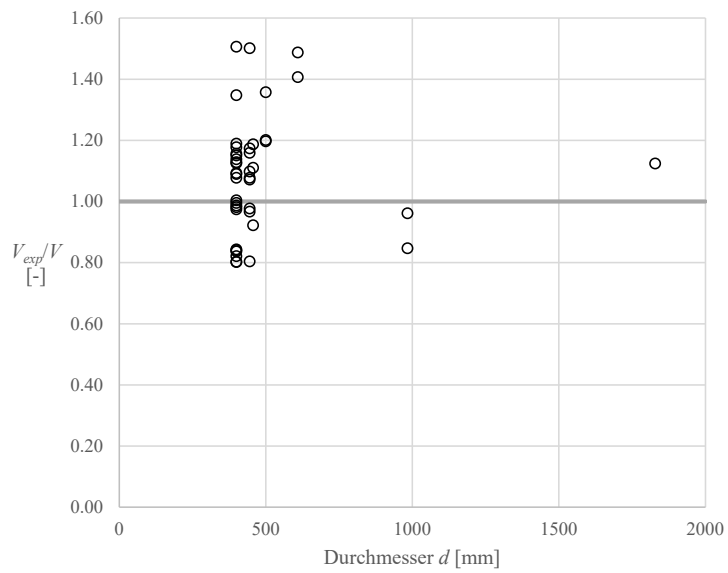
| Forschende               | Versuch*    | $d$<br>[mm] | $\omega$<br>[-] | $N_{exp}$<br>[kN] | $M_{exp}$<br>[kNm] | $V_{exp}$<br>[kN] | $V$<br>[kN] | $V_{exp}/V$<br>[-]        | Massg.<br>Regime |
|--------------------------|-------------|-------------|-----------------|-------------------|--------------------|-------------------|-------------|---------------------------|------------------|
| Ang (1985)               | 25          | 400         | 0.000           | 0                 | 140                | 233               | 232         | 1.00                      | a                |
| Khalifa & Collins (1981) | SCo         | 445         | 0.000           | -1022             | 207                | 326               | 278         | 1.17                      | a                |
| Aregawi & Collins (1974) | EB1         | 457         | 0.017           | 0                 | 277                | 363               | 394         | 0.92                      | a                |
| Aregawi & Collins (1974) | EB2         | 457         | 0.025           | 0                 | 265                | 348               | 314         | 1.11                      | a                |
| Aregawi & Collins (1974) | WB2         | 457         | 0.033           | 0                 | 333                | 437               | 368         | 1.19                      | a                |
| Nunes (1981)             | A-2         | 400         | 0.030           | 0                 | 236                | 270               | 275         | 0.98                      | a                |
| Nunes (1981)             | A-3         | 400         | 0.030           | 0                 | 203                | 290               | 298         | 0.97                      | a                |
| Nunes (1981)             | A-4         | 400         | 0.028           | 0                 | 259                | 494               | 430         | 1.15                      | a                |
| Nunes (1981)             | B-2         | 400         | 0.051           | 0                 | 284                | 270               | 337         | 0.80                      | b                |
| Nunes (1981)             | B-3         | 400         | 0.021           | 0                 | 200                | 190               | 226         | 0.84                      | a                |
| Nunes (1981)             | C-2         | 400         | 0.034           | 0                 | 221                | 210               | 256         | 0.82                      | b                |
| Nunes (1981)             | C-3         | 400         | 0.034           | 0                 | 226                | 215               | 268         | 0.80                      | b                |
| Clarke & Birjandi (1993) | 43a         | 500         | 0.018           | 0                 | 376                | 313               | 261         | 1.20                      | a                |
| Clarke & Birjandi (1993) | 44a         | 500         | 0.020           | 0                 | 361                | 301               | 252         | 1.20                      | a                |
| Clarke & Birjandi (1993) | 44b         | 500         | 0.020           | 0                 | 395                | 329               | 242         | 1.36                      | a                |
| Bender (2009)            | A2          | 400         | 0.026           | 0                 | 269                | 224               | 194         | 1.16                      | b                |
| Bender (2009)            | A3          | 400         | 0.045           | 0                 | 325                | 271               | 272         | 0.99                      | b                |
| Bender (2009)            | A4          | 400         | 0.074           | 0                 | 424                | 353               | 358         | 0.99                      | b                |
| Bender (2009)            | B2          | 400         | 0.044           | 0                 | 441                | 367               | 312         | 1.18                      | b                |
| Bender (2009)            | B4          | 400         | 0.047           | 0                 | 453                | 378               | 347         | 1.09                      | b                |
| Khalifa & Collins (1981) | SC1         | 445         | 0.025           | -1017             | 206                | 324               | 216         | 1.50                      | a                |
| Khalifa & Collins (1981) | SC2         | 445         | 0.076           | -1083             | 304                | 478               | 446         | 1.07                      | b                |
| Khalifa & Collins (1981) | SC3         | 445         | 0.108           | -1085             | 367                | 578               | 598         | 0.97                      | b                |
| Bender (2009)            | B5          | 400         | 0.047           | -450              | 459                | 382               | 355         | 1.08                      | b                |
| Bender (2009)            | B6          | 400         | 0.047           | -900              | 490                | 408               | 362         | 1.13                      | b                |
| Ohtaki (1996)            | As Built L1 | 1829        | 0.007           | -398              | 11353              | 3104              | 2762        | 1.12                      | a                |
| Kim & Collins (2000)     | YJC100R     | 445         | 0.045           | 0                 | 400                | 479               | 436         | 1.10                      | b                |
| Kim & Collins (2000)     | YJC150R     | 445         | 0.030           | 0                 | 343                | 411               | 355         | 1.16                      | b                |
| Kim & Collins (2000)     | YJC200R     | 445         | 0.020           | 0                 | 270                | 323               | 300         | 1.08                      | a                |
| Kim & Collins (2000)     | YJC100W     | 445         | 0.057           | 0                 | 362                | 434               | 540         | 0.80                      | b                |
| Kim & Collins (2000)     | YJC200W     | 445         | 0.031           | 0                 | 263                | 315               | 322         | 0.98                      | b                |
| Merta et al. (2003)      | 1           | 400         | 0.040           | 0                 | 430                | 430               | 514         | 0.84                      | b                |
| Merta et al. (2003)      | 2           | 400         | 0.040           | 0                 | 432                | 432               | 513         | 0.84                      | b                |
| Bender (2009)            | B1          | 400         | 0.044           | 0                 | 419                | 349               | 307         | 1.14                      | b                |
| Bender (2009)            | B3          | 400         | 0.047           | 0                 | 451                | 376               | 344         | 1.09                      | b                |
| Markic et al. (2017)     | T1a / T1b   | 984         | 0.022           | 0                 | 2524               | 1307              | 1544        | 0.85                      | a                |
| Markic et al. (2017)     | T2          | 984         | 0.022           | 0                 | 2757               | 1426              | 1483        | 0.96                      | a                |
| Ang (1985)               | 6           | 400         | 0.028           | 0                 | 234                | 390               | 259         | 1.51                      | a                |
| Ang (1985)               | 4           | 400         | 0.027           | 0                 | 236                | 295               | 219         | 1.35                      | b                |
| Ang (1985)               | 7           | 400         | 0.024           | 0                 | 224                | 280               | 236         | 1.19                      | a                |
| Ang (1985)               | 21          | 400         | 0.019           | 0                 | 206                | 258               | 229         | 1.12                      | a                |
| McDaniel et al. (1997)   | S1-2        | 610         | 0.005           | -19               | 405                | 332               | 223         | 1.49                      | a                |
| McDaniel et al. (1997)   | S2          | 610         | 0.004           | -19               | 405                | 332               | 236         | 1.41                      | a                |
|                          |             |             |                 |                   |                    |                   |             | <b>Mittelwert</b>         | <b>1.09</b>      |
|                          |             |             |                 |                   |                    |                   |             | <b>Standardabweichung</b> | <b>0.19</b>      |
|                          |             |             |                 |                   |                    |                   |             | <b>Anzahl Versuche</b>    | <b>43</b>        |

**Tabelle 5.1:** Vergleich der Versuche gemäss Abschnitt A.2 mit der Modellvorstellung gemäss Unterabschnitt 4.1.3.

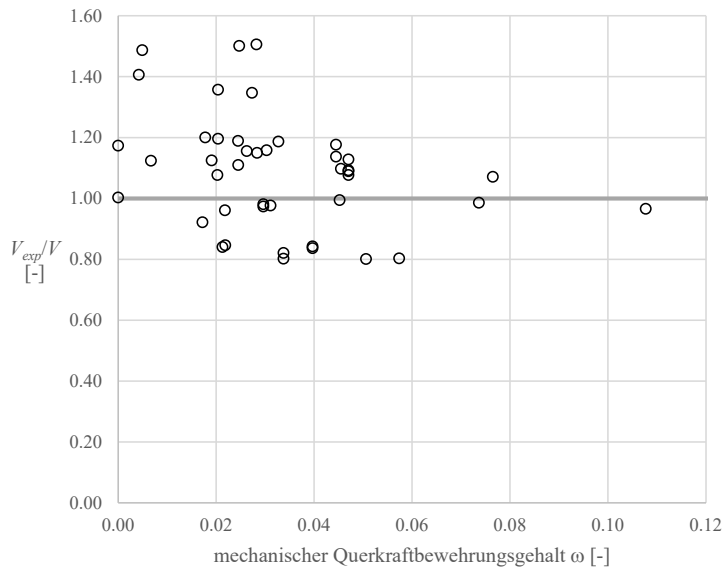
Die Abbildung 5.1 zeigt den Vergleich zwischen der aus der Höchstlast im Experiment ermittelten Querkraft  $V_{exp}$  zum berechneten Querkraftwiderstand  $V$  gemäss (4.18). In Abbildung 5.2 resp. Abbildung 5.3 ist das Verhältnis  $V_{exp}/V$  über den Durchmesser  $d$  der Versuchskörper resp. den mechanischen Querkraftbewehrungsgehalt  $\omega$  dargestellt.



**Abbildung 5.1:** Vergleich der experimentell ermittelten Querkraft  $V_{exp}$  gemäss Abschnitt A.2 zum Querkraftwiderstand  $V$  der Modellvorstellung gemäss Unterabschnitt 4.1.3.



**Abbildung 5.2:** Vergleich des Verhältnisses  $V_{exp}/V$  über den Durchmesser  $d$  der Versuchskörper.



**Abbildung 5.3:** Vergleich des Verhältnisses  $V_{exp}/V$  über den mechanischen Querkraftbewehrungsgehalt  $\omega$  der Versuchskörper.

### Fazit zum Vergleich der Versuche mit der Modellvorstellung

Die Tabelle 5.1 sowie die Abbildungen 5.1 bis 5.3 zeigen eine angemessene Übereinstimmung der Modellvorstellung gemäss (4.18) mit den Versuchsergebnissen, wobei ein Mittelwert für  $V_{exp}/V$  von 1.09 und eine Standardabweichung von 0.19 bei 43 Versuchen resultiert.

Abbildung 5.2 zeigt eine Unterschätzung der im Experiment ermittelten Querkraft mit der Modellvorstellung gemäss (4.18) bei kleinen Durchmessern  $d$  der Versuchskörper. Grund dafür ist die Vernachlässigung des Überdeckungsbetons, ausserhalb des durch die kreisförmige Querkraftbewehrung umschnürten Bereichs, siehe Abschnitt 4.1.

Mithin zeigt die Abbildung 5.2 die sehr geringe Anzahl der Versuche mit baupraktisch relevanten grossen Durchmessern.

## 5.2 Vergleich der Versuche mit weiteren Modellvorstellungen

In Tabelle 5.2 sind die Verhältnisse zwischen der aus der Höchstlast im Experiment ermittelten Querkraft  $V_{exp}$  im Vergleich zu den Querkraftwiderständen der jeweiligen Modellvorstellung gemäss (4.18) und dem Abschnitt A.1 zusammengefasst.

| Vergleich der Versuche mit weiteren Modellvorstellungen |                      |           |             |                                   |                                           |                                                 |
|---------------------------------------------------------|----------------------|-----------|-------------|-----------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Forschende                                              | Versuch*             | $V_{exp}$ | $V_{exp}/V$ | $V_{exp}/V$<br>[Bender<br>(2009)] | $V_{exp}/V$<br>[Hoang & Jensen<br>(2010)] | $V_{exp}/V$<br>[Kowalsky & Priestley<br>(2000)] |
|                                                         |                      | [kN]      | [-]         | [-]                               | [-]                                       | [-]                                             |
| Ang (1985)                                              | 25                   | 233       | 1.00        | 2.01                              | 0.59                                      | 0.93                                            |
| Khalifa & Collins (1981)                                | SC0                  | 326       | 1.17        | 0.89                              | 0.83                                      | 0.77                                            |
| Aregawi & Collins (1974)                                | EB1                  | 363       | 0.92        | 1.47                              | 0.58                                      | 0.79                                            |
| Aregawi & Collins (1974)                                | EB2                  | 348       | 1.11        | 1.62                              | 0.68                                      | 0.87                                            |
| Aregawi & Collins (1974)                                | WB2                  | 437       | 1.19        | 1.82                              | 0.78                                      | 1.01                                            |
| Nunes (1981)                                            | A-2                  | 270       | 0.98        | 1.37                              | 0.64                                      | 0.86                                            |
| Nunes (1981)                                            | A-3                  | 290       | 0.97        | 1.47                              | 0.65                                      | 0.84                                            |
| Nunes (1981)                                            | A-4                  | 494       | 1.15        | 2.51                              | 0.92                                      | 1.40                                            |
| Nunes (1981)                                            | B-2                  | 270       | 0.80        | 1.25                              | 0.56                                      | 0.87                                            |
| Nunes (1981)                                            | B-3                  | 190       | 0.84        | 1.05                              | 0.51                                      | 0.78                                            |
| Nunes (1981)                                            | C-2                  | 210       | 0.82        | 1.16                              | 0.53                                      | 0.82                                            |
| Nunes (1981)                                            | C-3                  | 215       | 0.80        | 1.12                              | 0.54                                      | 0.86                                            |
| Clarke & Birjandi (1993)                                | 43a                  | 313       | 1.20        | 1.55                              | 0.68                                      | 0.97                                            |
| Clarke & Birjandi (1993)                                | 44a                  | 301       | 1.20        | 1.57                              | 0.70                                      | 0.99                                            |
| Clarke & Birjandi (1993)                                | 44b                  | 329       | 1.36        | 1.78                              | 0.76                                      | 1.08                                            |
| Bender (2009)                                           | A2                   | 224       | 1.16        | 1.36                              | 0.75                                      | 1.11                                            |
| Bender (2009)                                           | A3                   | 271       | 0.99        | 1.34                              | 0.70                                      | 1.12                                            |
| Bender (2009)                                           | A4                   | 353       | 0.99        | 1.37                              | 0.73                                      | 1.17                                            |
| Bender (2009)                                           | B2                   | 367       | 1.18        | 1.54                              | 0.80                                      | 1.32                                            |
| Bender (2009)                                           | B4                   | 378       | 1.09        | 1.56                              | 0.80                                      | 1.33                                            |
| Khalifa & Collins (1981)                                | SC1                  | 324       | 1.50        | 0.81                              | 1.03                                      | 0.74                                            |
| Khalifa & Collins (1981)                                | SC2                  | 478       | 1.07        | 0.81                              | 0.85                                      | 0.79                                            |
| Khalifa & Collins (1981)                                | SC3                  | 578       | 0.97        | 0.82                              | 0.85                                      | 0.82                                            |
| Bender (2009)                                           | B5                   | 382       | 1.08        | 1.21                              | 0.81                                      | 1.19                                            |
| Bender (2009)                                           | B6                   | 408       | 1.13        | 1.06                              | 0.87                                      | 1.16                                            |
| Ohtaki (1996)                                           | <i>As Built L1</i>   | 3104      | 1.12        | 1.89                              | 0.48                                      | 0.77                                            |
| Kim & Collins (2000)                                    | YJC100R              | 479       | 1.10        | 1.75                              | 0.73                                      | 1.05                                            |
| Kim & Collins (2000)                                    | YJC150R              | 411       | 1.16        | 1.64                              | 0.76                                      | 1.09                                            |
| Kim & Collins (2000)                                    | YJC200R              | 323       | 1.08        | 1.35                              | 0.65                                      | 0.90                                            |
| Kim & Collins (2000)                                    | YJC100W              | 434       | 0.80        | 1.30                              | 0.59                                      | 0.87                                            |
| Kim & Collins (2000)                                    | YJC200W              | 315       | 0.98        | 1.30                              | 0.61                                      | 0.88                                            |
| Merta et al. (2003)                                     | 1                    | 430       | 0.84        | 1.49                              | 0.58                                      | 1.05                                            |
| Merta et al. (2003)                                     | 2                    | 432       | 0.84        | 1.50                              | 0.58                                      | 1.06                                            |
| Bender (2009)                                           | B1                   | 349       | 1.14        | 1.49                              | 0.76                                      | 1.26                                            |
| Bender (2009)                                           | B3                   | 376       | 1.09        | 1.56                              | 0.80                                      | 1.33                                            |
| Markic et al. (2017)                                    | T1a / T1b            | 1307      | 0.85        | 1.49                              | 0.53                                      | 0.77                                            |
| Markic et al. (2017)                                    | T2                   | 1426      | 0.96        | 1.71                              | 0.58                                      | 0.83                                            |
| Ang (1985)                                              | 6                    | 390       | 1.51        | 2.33                              | 0.94                                      | 1.14                                            |
| Ang (1985)                                              | 4                    | 295       | 1.35        | 1.83                              | 0.76                                      | 1.14                                            |
| Ang (1985)                                              | 7                    | 280       | 1.19        | 1.71                              | 0.75                                      | 1.16                                            |
| Ang (1985)                                              | 21                   | 258       | 1.12        | 1.54                              | 0.70                                      | 1.07                                            |
| McDaniel et al. (1997)                                  | S1-2                 | 332       | 1.49        | 1.87                              | 0.54                                      | 0.81                                            |
| McDaniel et al. (1997)                                  | S2                   | 332       | 1.41        | 1.83                              | 0.48                                      | 0.76                                            |
|                                                         | Mittelwerte          |           | 1.09        | 1.49                              | 0.70                                      | 0.99                                            |
|                                                         | Standardabweichungen |           | 0.19        | 0.36                              | 0.13                                      | 0.18                                            |
|                                                         | Anzahl Versuche      |           | 43          |                                   |                                           |                                                 |

Tabelle 5.2: Vergleich der Versuche gemäss Abschnitt A.2 mit weiteren Modellvorstellungen gemäss Abschnitt A.1.

### Fazit zum Vergleich der Versuche mit weiteren Modellvorstellungen

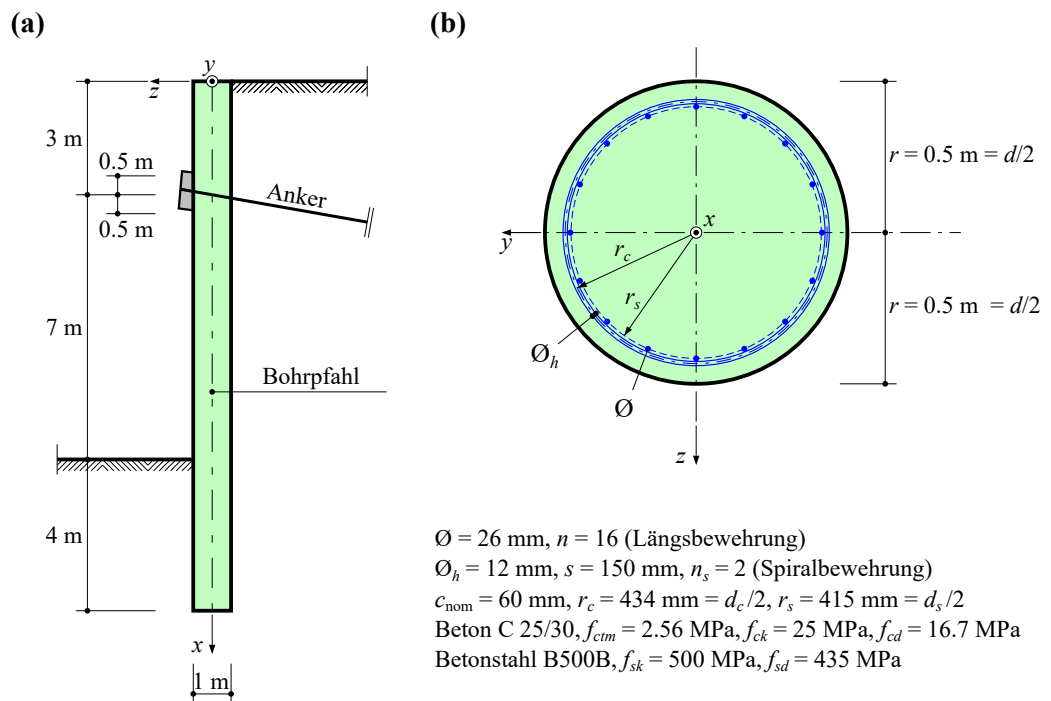
Auch im Vergleich zu den weiteren Modellvorstellungen zeigt die Modellvorstellung gemäss (4.18) eine angemessene Übereinstimmung. Den besten Mittelwert zusammen mit der geringsten Standardabweichung wird mit der semi-empirischen Modellvorstellung

nach Kowalsky und Priestley (2000) erreicht. Bei der Modellvorstellung nach Hoang und Jensen (2010) ist zu erwähnen, dass eine gute Übereinstimmung resultiert mit der darauf aufbauenden Modellvorstellung gemäss Jensen und Hoang (2009) mit zum Teil semi-empirischen Einflussgrössen und in Abhängigkeit des statischen Systems.

## 6 Fallbeispiele

### 6.1 Bemessungsbeispiel

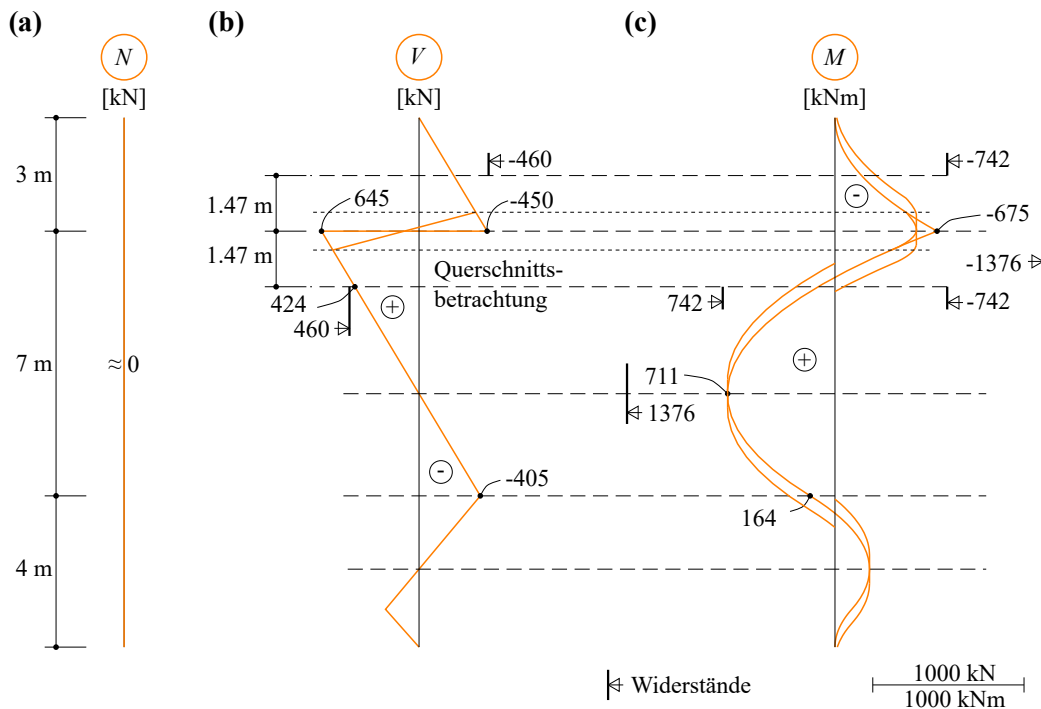
Abbildung 6.1(a) zeigt schematisch einen Geländesprung mit einer einfach abgestützten, im Boden eingespannten, aufgelösten Bohrpfahlwand. Der Querschnitt, die Abmessungen und Baustoffeigenschaften sind in Abbildung 6.1(b) dargestellt.



**Abbildung 6.1:** Bemessungsbeispiel: (a) Schnitt des Geländesprungs; (b) Querschnitt des Bohrpfahls mit Abmessungen und Baustoffeigenschaften

### Zustandslinien der Schnittgrößen

Die Zustandslinien der Schnittgrößen sind Abbildung 6.2 gegeben. Die Normalkraft  $N$  im Bohrpfahl wird vereinfachend vernachlässigt.



**Abbildung 6.2:** Zustandslinien der Schnittgrößen des Bemessungsbeispiels: (a) Normalkraft  $N$ ; (b) Querkraft  $V$ ; (c) Biegemoment  $M$  mit Einfluss der Längszugkraft infolge Querkraft.

### Minimale Querkraftbewehrung

Die gewählte Querkraftbewehrung in Form einer Spiralbewehrung weist einen geometrischen resp. mechanischen Querkraftbewehrungsgehalt (4.43) von

$$\rho = \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} \frac{1}{s r_c} = 0.17 \% \quad \text{resp.} \quad \omega = \rho \frac{f_{sk}}{f_{ck}} = \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} \frac{1}{s r_c} \frac{f_{sk}}{f_{ck}} = 3.47 \% \quad (6.1)$$

auf, womit die Anforderungen gemäss (4.44) zur Verhinderung eines spröden Versagens eingehalten sind

$$\rho_{\min} = \frac{d}{4d_c} \frac{f_{ctm}}{f_{sk}} = 0.15 \% \quad \text{resp.} \quad \omega_{\min} = \frac{d}{4d_c} \frac{f_{ctm}}{f_{ck}} = 2.96 \% \quad (6.2)$$

### Minimale Längsbewehrung

Die gesamte Querschnittsfläche der gewählten, über die gesamten Pfahllänge konstanten Längsbewehrung beträgt

$$A_s = n \frac{\varnothing^2 \pi}{4} = 8495 \text{ mm}^2 \quad (6.3)$$

Für den geometrischen Bewehrungsgehalt der Längsbewehrung bezogen auf den Bruttoquerschnitt des Betons ergibt sich mit (2.2)

$$\rho_l = \frac{A_s}{\pi r^2} = 1.08 \% \quad (6.4)$$

womit die Anforderungen gemäss SIA 262 (2025) zur Verhinderung eines spröden Versagens sowie die Anforderungen gemäss SIA 267-C2 (2018) eingehalten sind.

### Konstruktive Durchbildung

Der lichte Abstand zwischen den Querkraftbewehrungsstäben beträgt 150 mm –  $\varnothing_h = 138$  mm und derjenige zwischen den Längsbewehrungsstäben  $2r_s\pi/n - \varnothing = 137$  mm. Mit dem Grösstkorn der Gesteinskörnung des Betons von 32 mm sind die lichten Stababstände gemäss SIA 267-C2 (2018) eingehalten.

### Nachweis der Tragsicherheit bezüglich Biegung am gesamten Querschnitt

Die gesamte Querschnittsfläche der Längsbewehrung wird als gleichmässig verteilt über den Umfang des Kreisquerschnitts mit dem Radius  $r_s$  gemäss (2.1) angenommen

$$a_s = \frac{A_s}{2r_s\pi} = 3258 \text{ mm}^2/\text{m} \quad (6.5)$$

Somit ergibt sich für den Beiwert zur Ermittlung des Winkels zur Druckzone mit (2.29)

$$\eta = \frac{a_s f_{sd} \pi^2}{4r f_{cd}} = 0.419 \quad (6.6)$$

und der Winkel zur Druckzone kann mit (2.28) approximiert werden zu

$$\alpha_0 \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\eta \left[ \frac{(8r_s + \pi a_s) f_{cd}}{r f_{sd} \pi} - \frac{4a_s}{r} + \left( \frac{4}{\pi} + 1 \right) \left( 2 - \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \right) \right] + \frac{8(2-\pi) + \pi^2}{16} - \frac{2N_d}{r^2 f_{cd}} + \eta^2 \frac{16}{\pi^2} + \dots} \quad (6.7)$$

$$+ \frac{(4-\pi)\pi}{16} + \eta \left( \frac{f_{cd}}{2f_{sd}} - 1 \right) = 53.2^\circ$$

bezogen auf den Radius  $r_s$  resultiert mit (2.12)

$$\alpha_{0s} = \arccos \left( \frac{r}{r_s} \cos(\alpha_0) \right) = 43.8^\circ \quad (6.8)$$

Schliesslich resultiert der Biege­widerstand des gesamten Querschnitts mit (2.25) zu

$$M_{Rd} = \frac{2r^3 f_{cd} \sin^3(\alpha_0)}{3} + 2r_s^2 a_s (2f_{sd} - f_{cd}) \sin(\alpha_{0s}) = 1376 \text{ kNm} \quad (6.9)$$

mit dem zugehörigen Hebelarm der Biegekräfte des gesamten Querschnitts aus (2.26)

$$z = \frac{4}{3} \frac{r^3 f_{cd} \sin^3(\alpha_0) + 3r_s^2 a_s (f_{sd} - f_{cd}) \sin(\alpha_{0s})}{r^2 f_{cd} (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) + 4r_s a_s (f_{sd} - f_{cd}) \alpha_{0s}} + \frac{r_s \sin(\alpha_{0s})}{\pi - \alpha_{0s}} = 500 \text{ mm} \quad (6.10)$$

wobei  $z_D = 379.5$  mm und  $z_{Zs} = 120.5$  mm betragen.

Der Biege­widerstand  $M_{Rd}$  ist in Abbildung 6.2(c) eingezeichnet und in Abbildung 6.3 dargestellt. Mit dem exakten Wert des Winkels zur Druckzone von  $\alpha_0 = 53.6^\circ$  gemäss Unterabschnitt 2.4.1 ergibt sich ein geringfügig grösserer Biege­widerstand von 1394 kNm des gesamten Querschnitts.

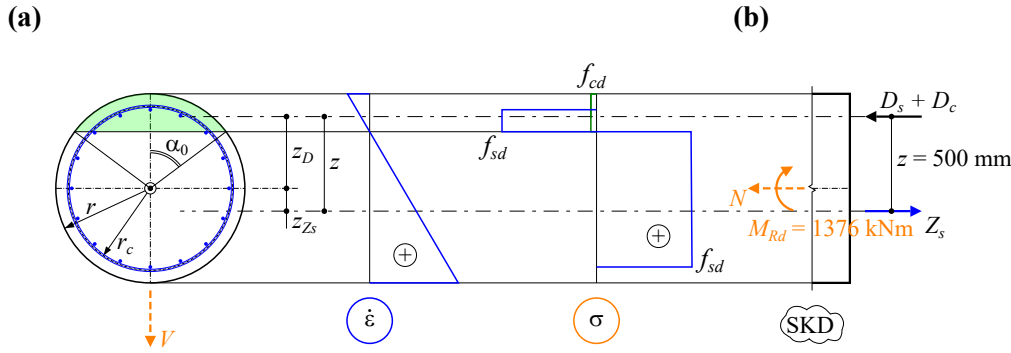


Abbildung 6.3: Biegewiderstand am gesamten Querschnitt: (a) Querschnitt; (b) Schnittkörperdiagramm.

### Nachweis der Tragsicherheit bezüglich Querkraft und Biegung des reduzierten Querschnitts

Die Querschnittsfläche der  $n_s = 2$ -schnitten Spiralbewehrung beträgt mit (4.38)

$$A_{sw} = n_s \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} = 226 \text{ mm}^2 \quad (6.11)$$

Die Neigungswinkel der Spiralbewehrung gemäss (4.5) ergeben sich zu

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{s/2}{d_c}\right) \hat{=} 85^\circ \quad \beta_2 = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{s/2}{d_c}\right) \hat{=} 95^\circ \quad (6.12)$$

wobei

$$\sin(\beta_1) = \sin(\beta_2) = \sin(\beta) \quad (6.13)$$

Gewählt wird eine Druckfeldneigung gemäss (4.34) von

$$\cot \theta = 4/3 \quad \text{resp.} \quad \theta = 36.9^\circ \quad (6.14)$$

Für die Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung  $b_w/d_c$  wird innerhalb der Grenzen (4.35) folgender Wert gewählt

$$\frac{b_w}{d_c} = \pi/4 \hat{=} 78.5\% \quad (6.15)$$

womit die Lage der neutralen Achse definiert ist und sich die entsprechenden Richtungswinkel gemäss (2.32) und (2.33) wie folgt ergeben

$$\alpha_{0c} = \arcsin(\pi/4) = 51.8^\circ$$

$$\alpha_0 = \arccos\left(\frac{r_c}{r} \cos(\alpha_{0c})\right) = 57.5^\circ \quad (6.16)$$

$$\alpha_{0s} = \arccos\left(\frac{r_c}{r_s} \cos(\alpha_{0c})\right) = 49.7^\circ$$

und für die theoretische Stegbreite

$$b_w = \frac{\pi}{4} d_c = 682 \text{ mm} \quad (6.17)$$

resultiert.

Zusammen mit der Wahl der Widerstände des Betonstahls der Längsbewehrung gemäss (2.34) mit

$$\begin{aligned} f_{sdsup} &= 0 \\ f_{sdinf} &= 435 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (6.18)$$

resultiert für die Betondruckspannung innerhalb der Biegedruckzone gemäss (2.37)

$$f_{cdsup} = \frac{2r_s a_s \alpha_{0s} (f_{sdinf} - f_{sdsup}) - N_d}{r^2 \left( \alpha_0 - \frac{1}{2} \sin(2\alpha_0) \right) - 2r_s a_s \alpha_{0s}} = 7.5 \text{ MPa} \quad (6.19)$$

womit (2.34)<sub>1</sub> eingehalten ist.

Mit (2.38) resultiert der Biege widerstand  $M_{Rd}$  am reduzierten Querschnitt zu

$$M_{Rd} = \frac{2}{3} r^3 f_{cdsup} \sin^3(\alpha_0) + 2r_s^2 a_s (f_{sdsup} - f_{cdsup} + f_{sdinf}) \sin(\alpha_{0s}) = 742 \text{ kNm} \quad (6.20)$$

mit dem zugehörigen Hebelarm der Biegekräfte am reduzierten Querschnitt aus (2.39)

$$z = \frac{4}{3} \frac{r^3 f_{cdsup} \sin^3(\alpha_0) + 3r_s^2 a_s (f_{sdsup} - f_{cdsup}) \sin(\alpha_{0s})}{r^2 f_{cdsup} (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) + 4r_s a_s (f_{sdsup} - f_{cdsup}) \alpha_{0s}} + \frac{r_s \sin(\alpha_{0s})}{\alpha_{0s}} = 728 \text{ mm} \quad (6.21)$$

wobei  $z_D = 363.3 \text{ mm}$  und  $z_{Zs} = 364.9 \text{ mm}$  betragen.

Somit beträgt der Querkraftwiderstand der Spiralbewehrung gemäss (4.52)<sub>2</sub>

$$V_{Rd,S,\beta,disk} = \frac{b_w}{d_c} A_{sw} f_{sd} \sin(\beta) \left( \frac{z \cot(\theta)}{s} - \frac{1}{2} \right) = 460 \text{ kN} \quad (6.22)$$

Dieser Querkraftwiderstand ist in Abbildung 6.2(b) eingezeichnet.

Mit dem Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betondruckfestigkeit von 0.55 gemäss SIA 262 (2025) beträgt der Querkraftwiderstand des Betons im theoretischen Steg mit (4.39)<sub>2</sub>

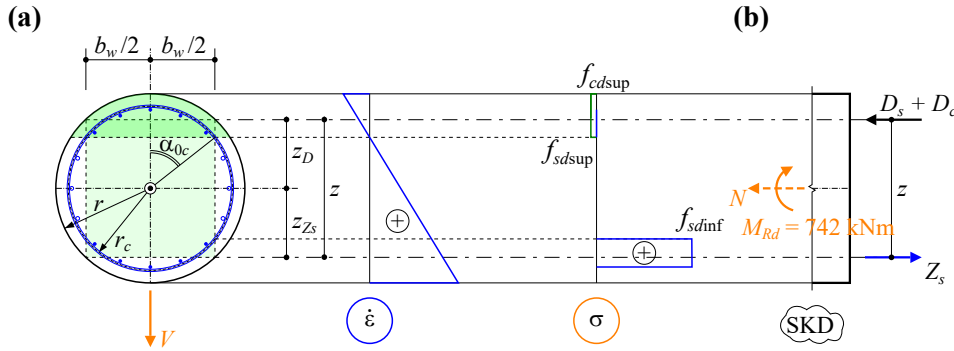
$$V_{Rd,C,\beta} = b_w z k_c f_{cd} \sin(\theta) \cos(\theta) = 2184 \text{ kN} \quad (6.23)$$

Der massgebende Nachweisschnitt (Querschnittsbetrachtung) befindet sich  $z \cot(\theta) = (728 \text{ mm})(4/3) = 0.97 \text{ m}$  unterhalb des Auflagerrands resp.  $z \cot(\theta) + 0.5 \text{ m} = 1.47 \text{ m}$  unterhalb des Ankerachse mit der zugehörigen Querkraftbeanspruchung von

$$V_d = 424 \text{ kN} \quad (6.24)$$

womit die Querkraftwiderstände  $V_{Rd,S,\beta,disk}$  und  $V_{Rd,C,\beta}$  ausreichen.

Abbildung 6.4 zeigt die resultierende, theoretische Stegbreite sowie den Hebelarm der Biegekräfte des reduzierten Querschnitts. Zufällig ist im vorliegenden Beispiel die theoretische Stegfläche fast genau dem Aussendurchmesser des Kreisquerschnitts eingeschrieben.



**Abbildung 6.4:** Theoretische Stegbreite und Hebelarm am reduzierten Querschnitt: (a) Querschnitt; (b) Schnittkörperdiagramm.

Die Längszugkraft infolge Querkraft gemäss (4.39)<sub>3</sub> im Nachweisschnitt beträgt

$$F_{tVd,\beta} = V_d \cot(\theta) = 566 \text{ kN} \quad (6.25)$$

In Abbildung 6.2(c) ist die Zustandslinie der Biegemomente vereinfacht mit dem Einfluss der Längszugkraft infolge Querkraft dargestellt.

Mit den Näherungsbeziehungen (4.41) resultieren für die Stegbreite und den Hebelarm der Biegekräfte

$$\begin{aligned} b_w &\cong \frac{\pi}{4} d_c = 682 \text{ mm} \\ z &\cong r = 500 \text{ mm} \end{aligned} \quad (6.26)$$

Eingesetzt in (4.52)<sub>2</sub> und (4.39)<sub>2</sub> resultieren dabei

$$\begin{aligned} V_{Rd,S,\beta,disk} &\cong 304 \text{ kN} \\ V_{Rd,C,\beta} &\cong 1500 \text{ kN} \end{aligned} \quad (6.27)$$

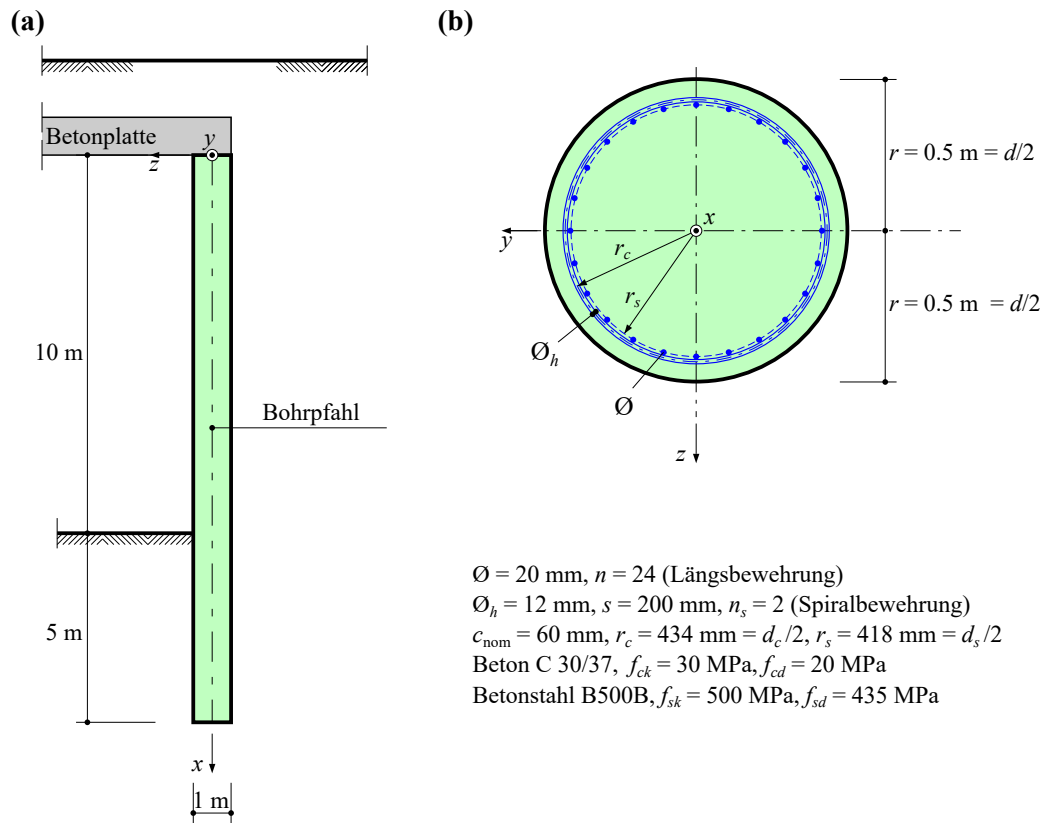
### Diskussion zum Bemessungsbeispiel

Wird  $b_w/d_c = 65\%$  gewählt, resultieren  $f_{cdsup} = 8.8 \text{ MPa}$ ,  $M_{Rd} = 602 \text{ kNm}$ ,  $z = 785 \text{ mm}$  und  $V_{Rd,S,\beta,disk} = 413 \text{ kN}$ . Dieser Querkraftwiderstand stimmt mit der Querkraftbeanspruchung im Nachweisschnitt von  $V_d = 413 \text{ kN}$  überein. Wird hingegen  $b_w/d_c = 95.4\%$  gewählt, resultieren  $f_{cdsup} = 5.6 \text{ MPa}$ ,  $M_{Rd} = 881 \text{ kNm}$ ,  $z = 598 \text{ mm}$  und  $V_{Rd,S,\beta,disk} = 450 \text{ kN}$ . Dieser Querkraftwiderstand stimmt ebenfalls mit der Querkraftbeanspruchung im Nachweisschnitt von  $V_d = 450 \text{ kN}$  überein.

Demnach bilden  $b_w/d_c = 65\%$  resp.  $95.4\%$  im vorliegenden Bemessungsbeispiel die untere resp. obere Grenze der Wahlmöglichkeit der Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung zur Sicherstellung eines ausreichenden Querkrafttragwiderstands, vgl. hierzu Abbildung 4.18(a).

## 6.2 Überprüfungsbeispiel

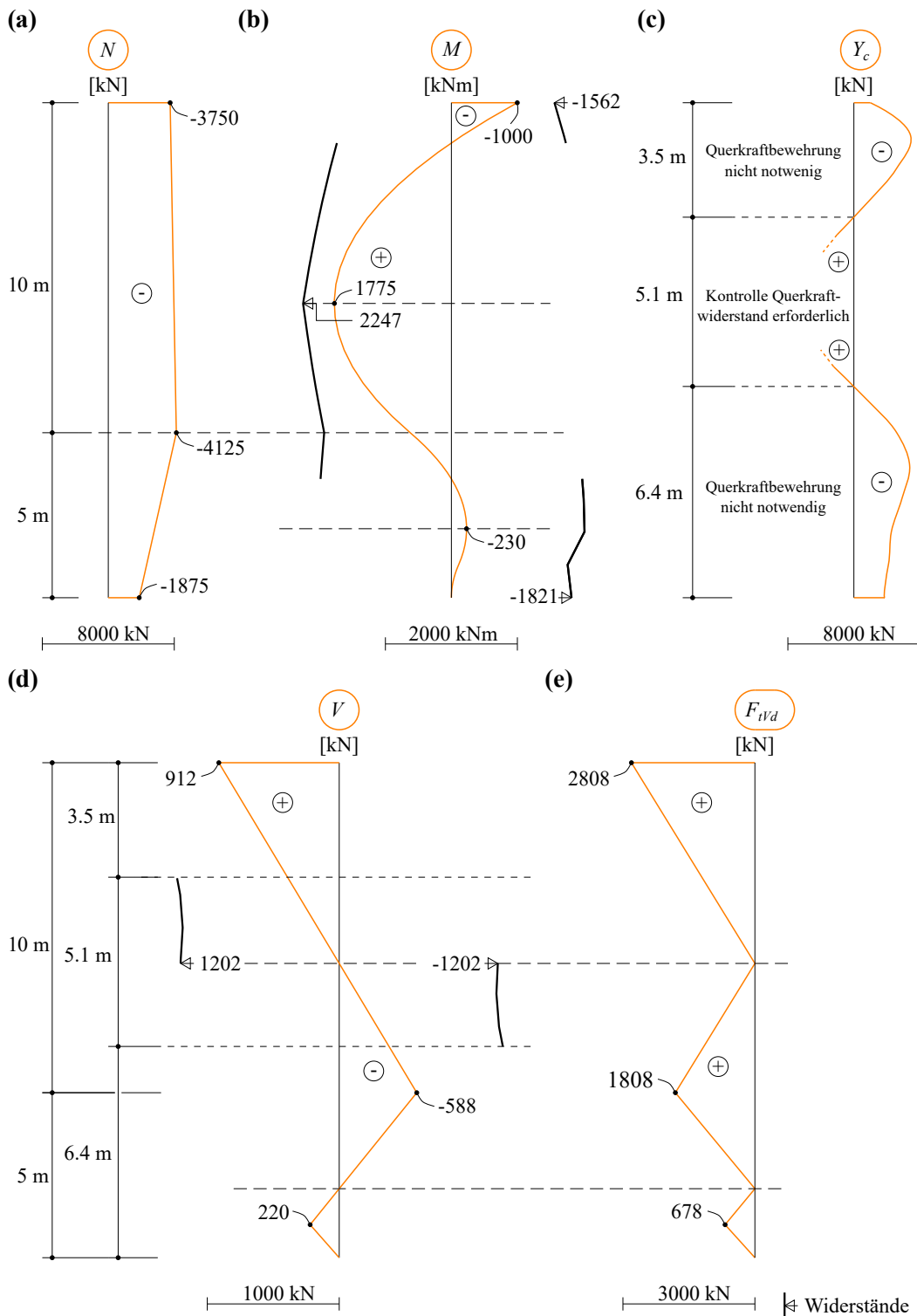
Abbildung 6.5(a) zeigt schematisch eine aufgelöste Bohrpfahlwand; diese ist sowohl am Pfahlkopf in eine Betonplatte (beispielsweise Tunneldecke) als auch im Boden eingespannt. Der Querschnitt, die Abmessungen und Baustoffeigenschaften sind in Abbildung 6.5(b) dargestellt.



**Abbildung 6.5:** Überprüfungsbeispiel: (a) Schnitt der aufgelösten Bohrpfahlwand; (b) Querschnitt des Bohrpfahls mit Abmessungen und Baustoffeigenschaften.

### Zustandslinien der Schnittgrößen

Die Zustandslinien der Schnittgrößen sind Abbildung 6.6 gegeben.



**Abbildung 6.6:** Zustandslinien der Schnittgrössen des Überprüfungsbeispiels: (a) Normalkraft  $N$ ; (b) Biegemoment  $M$ ; (c) Fließbedingung  $Y_c$ ; (d) Querkraft  $V$ ; (e) Längszugkraft infolge Querkraft  $F_{tVd}$ .

### Nachweis der Tragsicherheit bezüglich Querkraft - Bogentragwirkung resp. Direktabstützung

Nachfolgend werden die Bereiche der Stabkoordinate  $x$  bestimmt, innerhalb derer eine vorhandene Querkraftbewehrung nicht notwendig wird. Als Kriterium wird die Interaktion Biegung mit Normalkraft mit der Fließbedingung  $Y_c$  gemäss (2.30) verwendet. Falls

$Y_c < 0$  wird die Biegebeanspruchung  $M$  mit gleichzeitig wirkender Normalkraft  $N$  einzig durch eine Druckkraft exzentrisch zum Schwerpunkt des Kreisquerschnitts aufgenommen. Die vorhandene Biegebewehrung (Längsbewehrung) ist in diesem Bereich der Stabkoordinate  $x$  nicht notwendig. Und die Querkraftabtragung erfolgt über die Komponente, der über die Stabkoordinate  $x$  geneigten Druckkraft. Die vorhandene Querkraftbewehrung ist in diesem Bereich der Stabkoordinate  $x$  ebenfalls nicht notwendig.

Schwartz (2002) zeigt dies anhand eines ähnlichen Beispiels mit Spannungsfeldern und einem zugehörigen Fachwerkmodell anschaulich auf. Diese Tragwirkung wird als direkte Abstützung oder Bogentragwirkung bezeichnet, siehe Abbildung 3.5(b).

Exemplarisch wird nachfolgend die Berechnung für die Stabkoordinate  $x = 3.0$  m aufgezeigt und die Resultate der übrigen Stabkoordinaten vereinfacht in Schrittweiten von 1.0 m in Tabelle 6.1 zusammengefasst.

Mit  $M_d = 1062 \text{ kNm} = M$  und  $f_c = f_{cd}$  resultiert für die Hilfsgrösse aus (2.31)

$$\alpha_M = \arcsin \left[ \left( \frac{|M_d|}{\frac{2}{3} r^3 f_{cd}} \right)^{\frac{1}{3}} \right] = 1.036 \quad (6.28)$$

und zusammen mit  $N_d = -3863 \text{ kN} = N$  resultiert für die Fließbedingung (2.30) eine negative Grösse von

$$Y_c = \frac{1}{2} r^2 f_{cd} [2\alpha_M - \sin(2\alpha_M)] + N_d = -872 \text{ kN} \quad (6.29)$$

mithin ist die Querkraftbewehrung bei  $x = 3.0$  m nicht notwendig.

### Überprüfungsbeispiel: Interaktion Biegung mit Normalkraft

| Stabkoordinate |                 | Schnittgrößen |       | M-N Interaktion |             |                                            |
|----------------|-----------------|---------------|-------|-----------------|-------------|--------------------------------------------|
| $x$            | Bem. zu $x$     | $N_d$         | $V_d$ | $M_d$           | $Y_c$       | Bemerkung zu M-N Interaktion:              |
| [m]            |                 | [kN]          | [kN]  | [kNm]           | [kN]        |                                            |
| 0              |                 | -3750         | 912   | -1000           | -997        | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 1              |                 | -3788         | 762   | -163            | -3439       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 2              |                 | -3825         | 612   | 525             | -2577       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 3              |                 | -3863         | 462   | 1062            | -872        | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 3.5            | $Y_c \approx 0$ | -3881         | 387   | 1275            | $\approx 0$ | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 4              |                 | -3900         | 312   | 1450            | 1019        | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 5              |                 | -3938         | 162   | 1687            | $>> 0$      | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 6              |                 | -3975         | 12    | 1775            | $>> 0$      | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 6.1            | $M_{dmax}$      | -3978         | 0     | 1775            | $>> 0$      | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 7              |                 | -4013         | -138  | 1712            | $>> 0$      | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 8              |                 | -4050         | -288  | 1499            | 1224        | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 8.6            | $Y_c \approx 0$ | -4073         | 378   | 1300            | $\approx 0$ | Kontrolle Querkraftwiderstand erforderlich |
| 9              |                 | -4088         | -438  | 1137            | -794        | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 10             |                 | -4125         | -588  | 624             | -2598       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 11             |                 | -3675         | -386  | 138             | -3382       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 12             |                 | -3225         | -184  | -147            | -2911       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 13             |                 | -2775         | 18    | -230            | -2273       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 14             |                 | -2325         | 220   | -110            | -2093       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |
| 15             |                 | -1875         | 0     | 0               | -1875       | Querkraftbewehrung nicht notwendig         |

**Tabelle 6.1:** Überprüfungsbeispiel: Interaktion Biegung mit Normalkraft.

$Y_c$  ist in Abbildung 6.6(c) dargestellt. Demnach ist lediglich im Bereich der Stabkoordinate  $3.5 \lesssim x \lesssim 8.6$  m ein Nachweis der Querkrafttragsicherheit mit Querkraftbewehrung nötig.

### Nachweis der Tragsicherheit bezüglich Querkraft - Querkraftwiderstand mit Querkraftbewehrung

Der Nachweis der Tragsicherheit bezüglich Querkraft mit Querkraftbewehrung wird gemäss Abschnitt 4.3 durchgeführt. Für die Querschnittsbetrachtung wird die Längszugkraft infolge Querkraft  $F_{Vd}$  als Normalzugkraft zusammen mit der Normalkraft  $N_d$  in der Querschnittsanalyse gemäss Abschnitt 2.3 berücksichtigt. Dabei wird vereinfacht die Druckfeldneigung mit  $\theta_{\min} = 18^\circ$  gemäss Abschnitt 4.3 verwendet.

Exemplarisch wird nachfolgend die Berechnung für die Stabkoordinate  $x = 4.0$  m aufgezeigt und die Resultate der übrigen Stabkoordinaten vereinfacht in Schrittweiten von 1.0 m in Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Die Querschnittsfläche der  $n_s = 2$ -schnitten Spiralbewehrung beträgt gemäss (4.38)

$$A_{sw} = n_s \frac{\varnothing_h^2 \pi}{4} = 226 \text{ mm}^2 \quad (6.30)$$

Die Neigungswinkel der Spiralbewehrung gemäss (4.5) ergeben sich zu

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{s/2}{d_c}\right) \hat{=} 83.4^\circ \quad \beta_2 = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{s/2}{d_c}\right) \hat{=} 96.6^\circ \quad (6.31)$$

wobei

$$\sin(\beta_1) = \sin(\beta_2) = \sin(\beta) \quad (6.32)$$

und für den geometrischen Querkraftbewehrungsgehalt ergibt sich mit (4.23)

$$\omega_c = \frac{A_{sw} f_{sd}}{d_c s f_{cd}} = 0.0283 \quad (6.33)$$

Zunächst wird die Dehnung  $\epsilon_x$  in Stegmitte gemäss Unterabschnitt 2.3.1 bestimmt. Mit der Dynam der Schnittgrössen  $M_d = 1450$  kNm und  $N_d + F_{Vd} = N_d + |V_d| \cot(\theta_{\min}) = -3900 \text{ kN} + 312.4 \text{ kN} \cot(18^\circ) = -2939 \text{ kN}$  resultiert  $\epsilon_x = 0.254 \text{ mm/m}$ .

Im **Regime a** resultieren nacheinander die Druckfeldneigung  $\theta$  aus (4.28), der Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betondruckfestigkeit mit  $\eta_{fc} = 1.0$  gemäss (3.13), die Grenze des geometrischen Querkraftbewehrungsgehalts zwischen den Regimes *a* und *b* gemäss (4.17) sowie der Querkraftwiderstand  $V_{Rd,a}$  mit (4.31) zu

$$\theta_a = \theta_{\min} = 18^\circ$$

$$k_c = \frac{1}{1 + 110 [\epsilon_x + (\epsilon_x + 0.001) \cot^2(\theta_{\min})]} = 0.428 \quad (6.34)$$

$$\omega_{c,ab} = \frac{\eta_{fc} k_c}{\sin(\beta)} \sin^2(\theta_{\min}) = 0.041$$

$$V_{Rd,a} = \frac{d_c^2 \pi f_{ck}}{4 \gamma_C} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{2} \tan(\theta_{\min}) + \omega_c \sin(\beta) \left( \cot(2\theta_{\min}) - \frac{s}{d_c} \right) \right\} = 1205 \text{ kN}$$

Im **Regime c** resultieren nacheinander die Druckfeldneigung  $\theta$  aus (4.1) und (4.13), der Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betondruckfestigkeit mit  $\eta_{fc} = 1.0$  gemäss (3.13), die Grenze des geometrischen Querkraftbewehrungsgehalts zwischen den Regimes *b* und *c* gemäss (4.17) sowie der Querkraftwiderstand  $V_{Rd,c}$  mit (4.31) zu

$$\begin{aligned}\theta_c &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\pi}{2} - \underbrace{\arctan\left(\frac{3}{4}\right)}_{\alpha} \right] = 26.6^\circ \\ k_c &= \frac{1}{1 + 110 [\epsilon_x + (\epsilon_x + 0.001) \cot^2(\theta_c)]} = 0.633 \\ \omega_{c,bc} &= \frac{\eta_{fc} k_c}{5 \sin(\beta)} = 0.127 \\ V_{Rd,c} &= \frac{d_c^2 \pi}{4} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \left\{ \frac{\eta_{fc} k_c}{4} + \omega_c \sin(\beta) \left( \frac{3}{4} - \frac{s}{d_c} \right) \right\} = 2046 \text{ kN}\end{aligned}\tag{6.35}$$

Und schliesslich resultieren im **Regime b** nacheinander die Druckfeldneigung  $\theta_b$  aus der impliziten Beziehung (4.19), der Beiwert  $k_c$  zur Bestimmung der reduzierten Betondruckfestigkeit mit  $\eta_{fc} = 1.0$  gemäss (3.13) sowie der Querkraftwiderstand  $V_{Rd,b}$  gemäss (4.31) zu

$$\begin{aligned}\theta_b &= 16.0^\circ < \theta_{\min} = 18^\circ \text{ (ohnein nicht massgebend)} \\ k_c &= \frac{1}{1 + 110 [\epsilon_x + (\epsilon_x + 0.001) \cot^2(\theta_b)]} = 0.37 \\ V_{Rd,b} &= \frac{d_c^2 \pi}{4} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \left\{ \sqrt{\eta_{fc} k_c \omega_c \sin(\beta) \left( 1 - \frac{\omega_c \sin(\beta)}{\eta_{fc} k_c} \right)} - \omega_c \sin(\beta) \frac{s}{d_c} \right\} = 1084 \text{ kN}\end{aligned}\tag{6.36}$$

wobei mit der Näherungslösung (4.21) für die Druckfeldneigung

$$\theta_{b,lin} \cong \theta_a + \frac{\theta_c - \theta_a}{\omega_{bc} - \omega_{ab}} (\omega - \omega_{ab}) = 16.7^\circ\tag{6.37}$$

resultieren würde.

Da  $\omega_c \leq \omega_{c,ab}$  wird das Regime *a* massgebend mit dem Querkraftwiderstand von  $V_{Rd} = 1205 \text{ kN}$  bei der Stabkoordinate  $x = 4.0 \text{ m}$ .

Die Querkraftwiderstände der übrigen Stabkoordinaten sind vereinfacht in Schrittweiten von  $1.0 \text{ m}$  in Tabelle 6.2 zusammengefasst und in Abbildung 6.6(d) eingetragen.

**Überprüfungsbeispiel: Querkraft- und Biegewiderstände**

| Stabkoordinate |                 | Längszugkraft in-<br>folge Querkraft |                 | Biegetragverhalten                |       |                 | Querkraftwider-<br>stand |            | Biege-<br>widerstand |            |
|----------------|-----------------|--------------------------------------|-----------------|-----------------------------------|-------|-----------------|--------------------------|------------|----------------------|------------|
| $x$            | Bem. zu $x$     | $F_{tVd}$                            | $N_d + F_{tVd}$ | $\epsilon_x (N_d + F_{tVd}, M_d)$ | $z$   | $\sigma_{cmax}$ | $\sigma_{smax}$          | $ V_{Rd} $ | massg.<br>Regime     | $ M_{Rd} $ |
| [m]            |                 | [kN]                                 | [kN]            | [mm/m]                            | [m]   | [MPa]           | [MPa]                    | [kN]       |                      | [kNm]      |
| 0              |                 | 2808                                 | -942            |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1562       |
| 1              |                 | 2346                                 | -1441           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1706       |
| 2              |                 | 1885                                 | -1940           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1838       |
| 3              |                 | 1423                                 | -2439           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1957       |
| 3.5            | $Y_c \approx 0$ | 1192                                 | -2689           | 0.198                             | 0.63  | -18.1           | 251                      | 1229       | a                    | 2011       |
| 4              |                 | 961                                  | -2939           | 0.254                             | 0.623 | -19.1           | 310                      | 1205       | a                    | 2063       |
| 5              |                 | 500                                  | -3438           | 0.302                             | 0.618 | -19.9           | 378                      | 1186       | a                    | 2158       |
| 6              |                 | 38                                   | -3937           | 0.263                             | 0.613 | -19.9           | 373                      | 1202       | a                    | 2241       |
| 6.1            | $M_{dmax}$      | 0                                    | -3978           | 0.263                             | 0.613 | -19.9           | 373                      | 1202       | a                    | 2247       |
| 7              |                 | 423                                  | -3589           | 0.289                             | 0.617 | -19.9           | 375                      | 1191       | a                    | 2184       |
| 8              |                 | 885                                  | -3165           | 0.240                             | 0.621 | -19.3           | 310                      | 1211       | a                    | 2108       |
| 8.6            | $Y_c \approx 0$ | 1162                                 | -2910           | 0.172                             | 0.62  | -18.2           | 239                      | 1240       | a                    | 2058       |
| 9              |                 | 1347                                 | -2741           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 2022       |
| 10             |                 | 1808                                 | -2317           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1928       |
| 11             |                 | 1187                                 | -2488           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1968       |
| 12             |                 | 565                                  | -2660           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 2005       |
| 13             |                 | 57                                   | -2718           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 2018       |
| 14             |                 | 678                                  | -1647           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1762       |
| 15             |                 | 0                                    | -1875           |                                   |       |                 |                          |            |                      | 1821       |

**Tabelle 6.2:** Überprüfungsbeispiel: Querkraft- und Biegewiderstände**Nachweis der Tragsicherheit bezüglich Biegung**

Aufgrund der veränderlichen Normalkraft  $N_d$  wird nachfolgend der Biegewiderstand  $M_{Rd}$  exemplarisch für die Stabkoordinate  $x = 4.0$  m aufgezeigt und die Resultate der übrigen Stabkoordinaten vereinfacht in Schrittweiten von 1.0 m in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Die gesamte Querschnittsfläche der Längsbewehrung wird als gleichmässig verteilt über den Umfang des Kreisquerschnitts mit dem Radius  $r_s$  mit (2.1) angenommen

$$a_s = \frac{A_s}{\pi 2 r_s} = 2871 \text{ mm}^2/\text{m} \quad (6.38)$$

Somit ergibt sich für den Beiwert zur Ermittlung des Winkels zur Druckzone mit (2.29)

$$\eta = \frac{a_s f_{sd} \pi^2}{4 r f_{cd}} = 0.308 \quad (6.39)$$

und der Winkel zur Druckzone kann mit der Normalkraft  $N_d + F_{tVd} = N_d + |V_d| \cot(\theta_{\min}) = -3900 \text{ kN} + 312.4 \text{ kN} \cot(18^\circ) = -2939 \text{ kN}$  bei  $x = 4.0$  m mit (2.28) approximiert werden zu

$$\alpha_0 \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\eta \left[ \frac{(8r_s + \pi a_s) f_{cd}}{r f_{sd} \pi} - \frac{4a_s}{r} + \left( \frac{4}{\pi} + 1 \right) \left( 2 - \frac{f_{cd}}{f_{sd}} \right) \right] + \frac{8(2-\pi) + \pi^2}{16} - \frac{2N_d}{r^2 f_{cd}} + \eta^2 \frac{16}{\pi^2} + \dots} + \frac{(4-\pi)\pi}{16} + \eta \left( \frac{f_{cd}}{2f_{sd}} - 1 \right) = 67.3^\circ \quad (6.40)$$

bezogen auf den Radius  $r_s$  resultiert mit (2.12)

$$\alpha_{0s} = \arccos \left( \frac{r}{r_s} \cos(\alpha_0) \right) = 62.5^\circ \quad (6.41)$$

Schliesslich resultiert der Biegewiderstand gemäss (2.25) zu

$$M_{Rd} = \frac{2r^3 f_{cd} \sin^3(\alpha_0)}{3} + 2r_s^2 a_s (2f_{sd} - f_{cd}) \sin(\alpha_{0s}) = 2063 \text{ kNm} \quad (6.42)$$

mit dem zugehörigen Hebelarm der Biegekräfte aus (2.26)

$$z = \frac{4}{3} \frac{r^3 f_{cd} \sin^3(\alpha_0) + 3r_s^2 a_s (f_{sd} - f_{cd}) \sin(\alpha_{0s})}{r^2 f_{cd} (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) + 4r_s a_s (f_{sd} - f_{cd}) \alpha_{0s}} + \frac{r_s \sin(\alpha_{0s})}{\pi - \alpha_{0s}} = 502 \text{ mm} \quad (6.43)$$

Demnach resultiert ein Biegewiderstand von  $M_{Rd} = 2063 \text{ kNm}$  bei der Stabkoordinate  $x = 4.0 \text{ m}$ .

Die Biegewiderstände der übrigen Stabkoordinaten sind vereinfacht in Schrittweiten von  $1.0 \text{ m}$  in Tabelle 6.2 zusammengefasst und in Abbildung 6.6(b) eingetragen.

Mit dem exakten Wert des Winkels zur Druckzone von  $\alpha_0 = 66.8^\circ$  gemäss Unterabschnitt 2.4.1 ergibt sich ein geringfügig kleinerer Biegewiderstand von  $2045 \text{ kNm}$ .

### Diskussion zum Überprüfungsbeispiel

Das Überprüfungsbeispiel zeigt den markanten Einfluss einer Normaldruckkraft auf das Querkrafttragverhalten. Mit der Fliessbedingung  $Y_c$  lässt sich der Bereich der Stabkoordinate  $x$ , innerhalb dessen die vorhandene Querkraftbewehrung nicht notwendig ist, einfach mittels Querschnittsbetrachtung bestimmen. Ein Nachweis der Querkrafttragssicherheit ist nur ausserhalb dieser Bereiche notwendig mit dem Querkraftwiderstand, welcher mit der Dehnung in Stegmitte von der Biegebeanspruchung und der Normaldruckkraft beeinflusst wird.

Aus diesem Grund ist die effektiv vorhandene Normaldruckkraft bei der Überprüfung bestehender Tragwerke sorgfältig und vorsichtig zu berücksichtigen. Insbesondere sind dabei neben der Boden-Bauwerk-Interaktion auch alle Nutzungszustände innerhalb der Restnutzungsdauer des bestehenden Tragwerks (z. B. Sanierungen) zu berücksichtigen.



## 7 Folgerungen und Ausblick

Abschliessend werden einige Folgerungen und Anregungen für weiterführende Arbeiten zusammengestellt, unterteilt nach dem Biegetragverhalten und dem Querkraftwiderstand für die Bemessung neuer und die Überprüfung bestehender Tragwerke.

### Biegetragverhalten

- Für das ungerissene (Zustand I), das gerissen linear - elastische (Zustand IIa) und das gerissen elastisch - plastische (Zustand IIb) Biegetragverhalten sowie den Biege-  
widerstand im Zustand III sind die analytischen Beziehungen für Biegung mit  
Normalkraft zusammengestellt.
- Der Hebelarm der Biegekräfte kann im gerissen linear - elastischen Zustand IIa  
mit  $z \cong 1.3r$  und beim Erreichen des Biege-  
widerstands im Zustand III mit  $z \cong 1.0r$   
angenommen werden.
- Für den Biege-  
widerstand mit allenfalls vorhandener Normalkrafteinwirkung von  
Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt wird eine analytische Nähe-  
rungslösung präsentiert.

### Querkraftwiderstand für die Bemessung neuer Tragwerke

- Die Modellvorstellung für die Bemessung neuer Bauteile mit kreisförmigem Quer-  
schnitt beruht auf der Betrachtung von Spannungsfeldern mit variabler Neigung der  
Druckfelder gemäss SIA 262 (2025). Die Modellvorstellung zur Bemessung der kreis-  
förmigen Querkraftbewehrung berücksichtigt zudem den endlichen Stababstand  
sowie die Neigungen derselben.
- Die Wirksamkeit einer kreisförmigen Querkraftbewehrung wird in der SIA 262  
(2013) in Ziffer 4.3.3.4.4 mit 70% angegeben. Auf Grundlage von Schwartz (2002)  
und EC 2 (2023) kann diese Wirksamkeit gewählt werden, womit ein reduzierter  
Querschnitt für die Querkraftbemessung angenommen werden kann und eine theo-  
retische Stegbreite resultiert. Für das Biegetragverhalten mit allenfalls vorhandener  
Normaldruckkrafteinwirkung wird ein mögliches Berechnungsverfahren mit analy-  
tischen Beziehungen für diesen reduzierten Querschnitt präsentiert.
- Die Wirksamkeit einer kreisförmigen Querkraftbewehrung kann mit  $\pi/4 \cong 78.5\%$   
oder höher angenommen werden.
- Für die Bemessung neuer Stahlbetonbauteile mit kreisförmigem Querschnitt wird  
ein minimaler Querkraftbewehrungsgehalt vorgeschlagen.

### Querkraftwiderstand für die Überprüfung bestehender Tragwerke

- Die Modellvorstellung zur Überprüfung bestehender Bauteile mit kreisförmigem  
Querschnitt bezieht sich auf das starr - ideal plastische Verhalten der Querkraft-  
bewehrung und des Betons. Die Modellvorstellung entspricht grösstenteils einer  
vollständigen Lösung im Sinne der Traglastverfahren. Sie erlaubt eine Querschnitts-  
betrachtung und berücksichtigt den endlichen Stababstand der Querkraftbewehrung,  
die Wirksamkeit sowie die Neigung derselben und den Beitrag des durch die Quer-

kraftbewehrung umschnürten Betons am Querkraftwiderstand mit Berücksichtigung des Biegetragverhaltens mit einer allenfalls vorhandenen Normaldruckkrafteinwirkung.

- Der zugehörige untere Grenzwert der Traglast dieser Modellvorstellung beruht auf mehreren Annahmen, die in einer weiterführenden Arbeit überprüft werden könnten.
- Die Fliessbedingung für den kreisförmigen Betonquerschnitt erlaubt mittels Querschnittsbetrachtung diejenigen Bereiche entlang eines Bauteils zu eruieren, innerhalb derer eine allenfalls vorhandene Querkraftbewehrung nicht notwendig wird und die Querkrafteinwirkung über die direkte Abstützung resp. Bogentragwirkung abgetragen wird.
- Die Modellvorstellung zeigt eine angemessene Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen der Datenbank. Der Einfluss des vernachlässigten Überdeckungsbetons, ausserhalb des durch die kreisförmige Querkraftbewehrung umschnürten Bereichs, könnte vertieft untersucht werden.
- Die Anzahl Querkraftversuche mit baupraktisch relevanten grossen Durchmessern ist sehr gering und muss zwingend mit grossmasstäblichen Versuchen ergänzt werden.
- Die Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt könnte auf kreisförmige Hohlprofile erweitert werden, z. B. für Schleuderbetonstützen.

## Literaturverzeichnis

### Publikationen

- ACI-ASCE Committee 426 (1973). *The Shear Strength of Reinforced Concrete Members*. In: *Journal of the Structural Division* 99.6, S. 1091–1187. DOI: [10.1061/JSDEAG.0003532](https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0003532).
- Ang, G. B.; Priestley, M. N.; Paulay, T. (1989). *Seismic shear strength of circular reinforced concrete columns*. en. In: *ACI Structural Journal* 86.1, S. 45–59.
- Bender, M. (2009). *Zum Querkrafttragverhalten von Stahlbetonbauteilen mit Kreisquerschnitt*. de. Doctoral Thesis. Schriftenreihe des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau, Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften der Ruhr-Universität Bochum.
- Capon, M. J. F.; Cossio, R. D. de (1966). *Diagonal tension in concrete members of circular section*. Portland Cement Association, Research und Development Division.
- Cavagnis, F.; Simões, J.; Fernández Ruiz, M.; Muttoni, A. (Jan. 2020). *Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement Based on Development of Critical Shear Crack*. In: *ACI Structural Journal* 117, S. 103–118. DOI: [10.14359/51718012](https://doi.org/10.14359/51718012).
- Collins, M. P.; Mitchell, D.; Adebar, P.; Vecchio, F. J. (1996). *A general shear design method*. In: *ACI Structural Journal* 93.1, S. 36–45.
- Heinzmann, D. (2012). *Stringer-Tafelmodelle für Stahlbeton*. de. Doctoral Thesis. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. DOI: [10.3929/ethz-a-007344037](https://doi.org/10.3929/ethz-a-007344037).
- Hoang, L. C.; Jensen, U. G. (2010). *Rigid plastic solutions for the maximum shear capacity of confined RC members*. In: *Magazine of concrete research* 62.9, S. 625–636.
- Jäger, T. (2009). *Stahlbeton III*. Vorlesungsunterlagen, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. URL: <https://www.bp-ing.ch/>.
- Jensen, U. G. (2011). *Limit Analysis of Reinforced Concrete Bridge Substructures - Shear Strength of Piers and Piles with Circular Cross-section and Strength of Pile Caps*. en. Doctoral Thesis. University of Southern Denmark.
- Jensen, U. G.; Hoang, L. C.; Joergensen, H. B.; Fabrin, L. S. (2010). *Shear strength of heavily reinforced concrete members with circular cross section*. In: *Engineering Structures* 32.3, S. 617–626.
- Jensen, U. G.; Hoang, L. C. (2009). *Shear strength prediction of circular RC members by the crack sliding model*. In: *Magazine of Concrete Research* 61.9, S. 691–703.
- Jourawski, D. (1855). *Remarques sur la resistance d'un corps prismatique et d'une piece composee en bois ou en tole de fer a une force perpendiculaire a leur longueur*. In: *Ann. Ponts Chaussees* 12.
- Kaufmann, W. (1998). *Strength and deformations of structural concrete subjected to in-plane shear and normal forces*. en. Doctoral Thesis. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. DOI: [10.3929/ethz-a-001945805](https://doi.org/10.3929/ethz-a-001945805).
- (2024). *Stahlbeton I und II sowie Advanced Structural Concrete*. Vorlesungsunterlagen, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. URL: <https://concrete.ethz.ch>.
- Kaufmann, W.; Marti, P. (1998). *Structural concrete: cracked membrane model*. In: *Journal of structural engineering* 124.12, S. 1467–1475.

- Khalifa, J.; Collins, M. (1981). *Circular reinforced concrete members subjected to shear*. In: *Department of Civil Engineering, University of Toronto, Publication 81 8*.
- Kowalsky, M.; Priestley, M. (2000). *Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions*. In: *ACI Structural Journal* 97, S. 388–396.
- Marti, P. (1986). *Staggered shear design of simply supported concrete beams*. In: *ACI Journal Proceedings* 83.1, S. 36–42.
- (2014). *Baustatik : Grundlagen - Stabtragwerke - Flächentragwerke*. de. 2nd ed. Berlin, Germany: Wilhelm Ernst & Sohn.
- Marti, P.; Alvarez, M.; Kaufmann, W.; Sigrist, V. (1998). *Tension Chord Model for Structural Concrete*. In: *Structural Engineering International* 8.4, S. 287–298. DOI: [10.2749/101686698780488875](https://doi.org/10.2749/101686698780488875).
- (1999). *Tragverhalten von Stahlbeton. Fortbildungskurs für Bauingenieure, ETH Zürich, 30.9./1.10.1999*. de. Zürich. DOI: [10.3929/ethz-a-004470343](https://doi.org/10.3929/ethz-a-004470343).
- Marti, P.; Beck, A. (2016). *Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen ohne Querkraftbewehrung*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 111.11, S. 716–727. DOI: <https://doi.org/10.1002/best.201600040>.
- Marti, P.; Seefeld-Ebert, B.; Beck, A. (2016). *Querkraftverstärkung einseitig zugänglicher Stahlbetonplatten mit eingemörtelten Bewehrungsstäben*. de. Forschungsprojekt AGB 2009/003, Bericht Nr. 678. Eidgenössisches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK, Bundesamt für Strassen ASTRA, Bern.
- Merta, I. (2006). *Analytical shear capacity model of reinforced concrete circular cross-section members under monotonic load*. en. Doctoral Thesis. Technische Universität Wien.
- Morger, F.; Kenel, A.; Kaufmann, W. (2024). *Passive confinement of reinforced concrete members revisited*. In: *Structural Concrete* 25.6, S. 4283–4299. DOI: <https://doi.org/10.1002/suco.202400209>.
- Muttoni, A. (2003). *Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 98.2, S. 74–84.
- (2008). *Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement*. In: *ACI Structural Journal* 105.4, S. 440–450.
- Neuser, J. U.; Häusler, F. (2005). *Querkraftnachweis runder Querschnitte nach DIN 1045-1*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 100.11, S. 956–960. DOI: <https://doi.org/10.1002/best.200590324>.
- Nielsen, M. P.; Hoang, L. C. (2016). *Limit analysis and concrete plasticity*. CRC press.
- Obst, A. (1981). *Bemessung von Kreisquerschnitten auf Schub*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 76.12, S. 297–301.
- Pertz, A. (1979). *Biege- und Schubbemessung von Kreisquerschnitten ohne Normalkraft*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 74.9, S. 231–231. DOI: <https://doi.org/10.1002/best.197900370>.
- Priestley, M. J. N.; Verma, R.; Xiao, Y. (1994). *Seismic Shear Strength of Reinforced Concrete Columns*. In: *Journal of Structural Engineering* 120.8, S. 2310–2329. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1994\)120:8\(2310\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1994)120:8(2310)).
- Quast, U.; Busjaeger, D. (1990). *Programmgesteuerte Berechnung beliebiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Biegung und Längskraft*. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton-DAfStb Heft* 415.
- Raphael, J. M. (1984). „Tensile strength of concrete“. In: *ACI Journal Proceedings*. Bd. 81. 2, S. 158–165. DOI: [10.14359/10653](https://doi.org/10.14359/10653).

- Richart, F. E.; Brandtæg, A.; Brown, R. L. (1928). *A study of the failure of concrete under combined compressive stresses*. In: *University of Illinois. Engineering Experiment Station. Bulletin*; no. 185.
- Schwartz, J. (2002). *Stress Field Design of Reinforced Concrete Members with Circular Cross Sections*. In: *Structural Engineering International* 12.1, S. 36–39. DOI: [10.2749/101686602777965612](https://doi.org/10.2749/101686602777965612).
- Seelhofer, H. (2009a). *Ebener Spannungszustand im Betonbau. Grundlagen und Anwendungen*. de. Doctoral Thesis. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. DOI: [10.3929/ethz-a-005901914](https://doi.org/10.3929/ethz-a-005901914).
- (2009b). *Querkraftwiderstand von Stahlbetonträgern mit kreisförmigem (Voll-) Querschnitt - Anwendung des kinematischen Grenzwertsatzes der Traglastverfahren*. Handschriftliche Notiz vom 01.07.2009, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. URL: <https://lmp-ing.ch/>.
- Seelhofer-Schilling, B. (2008). *Umschnürte Stahlbetonstützen. geschichtliche Entwicklung*. de. Doctoral Thesis. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. DOI: [10.3929/ethz-a-005682151](https://doi.org/10.3929/ethz-a-005682151).
- SIA D 0218 (2003). *Betonbau - Einführung in die Norm SIA 262, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein SIA*. Zürich.
- Siemer, H.; Kröger, R. (1981). *Die Bemessung von Kreis- und Kreisringquerschnitten bei Biegung mit Normalkraft und beliebiger Bewehrung*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 76.7, S. 157–162. DOI: <https://doi.org/10.1002/best.198100270>.
- Sigrist, V. (2011). *Generalized Stress Field Approach for Analysis of Beams in Shear*. In: *ACI Structural Journal* 108.4, S. 479–487.
- Sigrist, V.; Bentz, E.; Ruiz, M. F.; Foster, S.; Muttoni, A. (2013). *Background to the fib Model Code 2010 shear provisions-part I: beams and slabs*. In: *Structural Concrete* 14.3, S. 195–203.
- Sigrist, V.; Hackbarth, B. (2010). *Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonträgern*. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 105.11, S. 686–694. DOI: <https://doi.org/10.1002/best.201000052>.
- Stüssi, F. (1975). *Vorlesungen über Baustatik, Baustatik I*. de. 5nd ed. Basel: Birkhäuser Basel. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-0348-5202-9>.
- Weber, C. (1924). *Biegung und Schub in geraden Balken*. In: *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 4.4, S. 334–348.

## Normen

- ACI 318 (2019). *Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19)*, American Concrete Institute. Standard ACI 318-19. Farmington Hills, MI: American Concrete Institute. Reapproved 2022.
- EC 2 (2004). *DIN EN 1992-1-1:2004 Eurocode 2 – Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Regeln - Regeln für Hochbauten, Brücken und Ingenieurbauwerke, Deutsche Fassung EN 1992-1-1:2004*. DIN e. V.
- (2023). *DIN EN 1992-1-1:2023 Eurocode 2 – Design of concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings, bridges and civil engineering structures*. CEN European Committee for Standardization.
- MC 2010 (2013). *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Fédération internationale du béton fib, Lausanne.

- MC 2020 (2024). *fib Model Code for Concrete Structures 2020*. Fédération internationale du béton fib, Lausanne.
- SIA 262 (2013). *Norm SIA 262:2013 Betonbau, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein SIA*. Zürich.
- (2025). *Norm SIA 262:2025 Betonbau, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein SIA*. Zürich.
- SIA 267 (2013). *Norm SIA 267:2013 Geotechnik, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein SIA*. Zürich.
- SIA 267-C2 (2018). *Norm SIA 267 Geotechnik - Korrigenda C2, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein SIA*. Zürich.
- SIA 269/2 (2011). *Norm SIA 269/2:2011 Erhaltung von Tragwerken - Betonbau, Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein SIA*. Zürich.

# A Anhang

## A.1 Weitere Modellvorstellungen

In den nachfolgenden Modellvorstellungen werden lediglich die relevanten Beziehungen für die Versuchsnachrechnung in Kapitel 5 aufgeführt mit der zugehörigen Nomenklatur.

### A.1.1 Modellvorstellung nach Hoang and Jensen (2010)

#### Gesamter Querkraftwiderstand

$$V = \begin{cases} \frac{\pi}{4} D_h^2 \nu f_c \left[ \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{a}{D_h} \right)^2} - \frac{a}{D_h} \right) + \frac{\psi}{\nu} \frac{a}{D_h} \right] & \text{falls } 0 \leq \frac{\psi}{\nu} \leq \frac{\sqrt{\left( \frac{a}{D_h} \right)^2 + 1} - \frac{a}{D_h}}{2\sqrt{\left( \frac{a}{D_h} \right)^2 + 1}} \\ \frac{\pi}{4} D_h^2 \nu f_c \sqrt{\frac{\psi}{\nu} \left( 1 - \frac{\psi}{\nu} \right)} & \text{falls } \frac{\sqrt{\left( \frac{a}{D_h} \right)^2 + 1} - \frac{a}{D_h}}{2\sqrt{\left( \frac{a}{D_h} \right)^2 + 1}} < \frac{\psi}{\nu} \leq \frac{1}{5} \\ \frac{\pi}{4} D_h^2 \nu f_c \left( \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{\psi}{\nu} \right) & \text{falls } \frac{1}{5} < \frac{\psi}{\nu} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} \nu &= 0.8 - \frac{f_c}{200 \text{ MPa}} \\ \psi &= \frac{2A_{sh}}{D_h s} \frac{f_y}{f_c} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

wobei

$$\begin{aligned} D_h &= (d_c - \varnothing_h) \text{ Innendurchmesser der kreisförmigen Querkraftbewehrung [m]} \\ f_c &= f_{cc} \text{ Zylinderdruckfestigkeit des Betons [MPa]} \\ f_y &= \text{Fließgrenze des Betonstahls der Querkraftbewehrung [MPa]} \end{aligned}$$

**A.1.2 Modellvorstellung nach Bender (2009)****Querkraftwiderstand Querkraftbewehrung - Mechanisches Modell**

$$\begin{aligned}
V_{R,ct}^{II} &= \kappa_{size} \kappa_0^{II} A_{cc} f_{ct} \\
G_f &= \begin{cases} 0.0307 \text{ mm} f_{ct} & f_c \leq 80 \text{ MPa} \\ 0.143 \text{ N/mm} & f_c > 80 \text{ MPa} \end{cases} \\
x &= \frac{d}{2} (1 - \cos(\alpha_0)) \\
A_{cc} &= \frac{d^2}{8} (2\alpha_0 - \sin(2\alpha_0)) \\
l_{ch} &= \frac{E_c G_f}{f_{ct}^2} \\
\lambda_{BPZ} &= \frac{0.4 l_{ch}}{\sqrt{2} d} \leq 1 - \frac{x}{d} \\
\kappa_{size} &\cong 1 + 0.7 \left( \frac{x}{\lambda_{BPZ} d} \right)^{-1} \\
\kappa_0^{II} &= 0.857 \left( 1 - \frac{x}{4d} \right)
\end{aligned} \tag{A.3}$$

**Querkraftwiderstand mit Querkraftbewehrung**

$$V_{R,sy} = \alpha_k \frac{A_{sw}}{s_w} f_{yw} z \cot(\theta) \sin(\alpha) \tag{A.4}$$

**Querkraftwiderstand aus Normaldruckkraft**

$$V_{N,max} = -\frac{f}{a} N \tag{A.5}$$

**Gesamter Querkraftwiderstand**

$$V = V_{R,ct}^{II} + V_{N,max} + V_{R,sy} \tag{A.6}$$

wobei

|                |                                                                 |
|----------------|-----------------------------------------------------------------|
| $\alpha_0$     | Winkel zur Druckzone gemäss Kapitel 2                           |
| $\alpha_k$     | $\cong 0.75$ Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung   |
| $\alpha$       | entspricht $\beta$ gemäss Kapitel 4                             |
| $\cot(\theta)$ | $= \cot(\beta_R) = 1.2 - 1.4 \frac{4N}{d^2 \pi f_c}$            |
| $f$            | $= z_D$ gemäss (2.14) [mm]                                      |
| $f_c$          | $= f_{1c}$ Prismendruckfestigkeit, $f_{1c} = 0.95 f_{cc}$ [MPa] |
| $f_{yw}$       | Flie遝grenze des Betonstahls der Querkraftbewehrung [MPa]        |

**A.1.3 Modellvorstellung nach Kowalsky and Priestley (2000)****Querkraftwiderstand Betonanteil**

$$\begin{aligned}
V_c &= \alpha \beta \gamma \sqrt{f'_c} (0.8 A_g) \\
1 \leq \alpha &= 3 - \frac{L}{d} \leq 1.5 \\
\beta &= 0.5 + 20 \rho_l \leq 1 \\
\gamma &= 0.29
\end{aligned} \tag{A.7}$$

**Querkraftwiderstand Anteil Normaldruckkraft**

$$V_p = \begin{cases} P \frac{d-c}{2L} & P > 0 \\ 0 & P \leq 0 \end{cases} \tag{A.8}$$

**Querkraftwiderstand Anteil Querkraftbewehrung**

$$V_s = \frac{\pi}{2} A_{sp} f_y \frac{(d - c - \text{cov})}{s} \cot(\theta) \tag{A.9}$$

**Gesamter Querkraftwiderstand**

$$V = V_c + V_p + V_s \tag{A.10}$$

wobei

$$\begin{aligned}
A_g &= \frac{d^2 \pi}{4} \text{ [mm}^2\text{]} \\
A_{sp} &= A_{sw}/2 \text{ [mm}^2\text{]} \\
\text{cov} &= (r - r_s + \varnothing/2) \text{ Überdeckung des Längsbewehrung [mm]} \\
c &= r(1 - \cos(\alpha_0)) \text{ Druckzonenhöhe [mm]} \\
\alpha_0 &= \text{Winkel zur Druckzone gemäss Kapitel 2} \\
L &= a \text{ Schubspannweite gemäss (4.15) [m]} \\
P &= -N \text{ Normaldruckkraft [kN]} \\
\theta &= 30^\circ \text{ Druckfeldneigung} \\
f'_c &= f_{cc} \text{ Zylinderdruckfestigkeit des Betons [MPa]}
\end{aligned}$$

## A.2 Datenbank

Die Datenbank zu den Querkraftversuchen an Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigen Querschnitten kann unter nachfolgender Mail-Adresse des Instituts für Bauingenieurwesen (IBI) der Hochschule Luzern (HSLU), Technik & Architektur bezogen werden.

[bauingenieurwesen@hslu.ch](mailto:bauingenieurwesen@hslu.ch)

# Projektabschluss



Schweizerische Eidgenossenschaft  
Confédération suisse  
Confederazione Svizzera  
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für  
Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK  
Bundesamt für Strassen ASTRA

## FORSCHUNG IM STRASSENWESEN DES UVEK

Version vom 09.10.2013

### Formular Nr. 3: Projektabschluss

erstellt / geändert am: 31.08.2025

#### Grunddaten

Projekt-Nr.: BGT\_20\_4aC\_01

Projekttitel: Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt

Enddatum: 31.12.2025

#### Texte

Zusammenfassung der Projektergebnisse:

In den Schweizer Normen SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011) und auch SIA 262 (2025) sind die Nachweise der Tragsicherheit für Biegung mit Normalkraft an schlaff bewehrten Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt umfassend geregelt. Für den Querkraftwiderstand ist einzig der Hinweis enthalten, dass der Beitrag (Wirksamkeit) einer kreisförmigen Querkraftbewehrung zum Querkraftwiderstand mit 70% desjenigen einer rechteckigen Querkraftbewehrung angenommen werden könne. Weitere Angaben z. B. des Anteils des Betons am Querkraftwiderstand bei der Überprüfung sowie der Stegabmessungen bei der Bemessung fehlen.

Im Rahmen dieses Forschungsprojekts wurde eine Modellvorstellung für den Querkraftwiderstand von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt sowohl für die Bemessung neuer als auch für die Überprüfung bestehender Tragwerke entwickelt, vereinbar mit der SIA 262 (2025) und SIA 269/2 (2011) sowie dem EC 2 (2023).

Die Modellvorstellung für die Überprüfung bestehender Tragwerke basiert auf starr - ideal plastischem Verhalten der Querkraftbewehrung und des Betons, ergänzt u. a. durch das elastisch - plastische Verhalten des Stegbetons auf Druck, womit der Einfluss des Biegetragverhaltens mit und ohne Normalkrafteinwirkung auf den Querkraftwiderstand berücksichtigt werden kann.

Die Modellvorstellung für die Bemessung neuer Tragwerke basiert darauf aufbauend auf der Betrachtung von Spannungsfeldern mit variabler Neigung der Druckfelder gemäss SIA 262 (2013) und SIA 262 (2025). Für die Wirksamkeit der kreisförmigen Querkraftbewehrung und die theoretische Stegbreite des daraus resultierenden, reduzierten Querschnitts, werden Vorschläge aus der Fachliteratur und EN 1992-1-1 übernommen, ergänzt durch ein Berechnungsverfahren zum Biegetragverhalten mit und ohne Normalkrafteinwirkung am reduzierten Querschnitt.



Schweizerische Eidgenossenschaft  
Confédération suisse  
Confederazione Svizzera  
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für  
Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK  
Bundesamt für Strassen ASTRA

#### Zielerreichung:

Die neue Modellvorstellung schliesst die bestehende Lücke in den Schweizer Normen SIA 262 (2013), SIA 269/2 (2011) und SIA 262 (2025) und ermöglicht eine praxisgerechte Bemessung und Überprüfung von Stahlbetonbauteilen mit kreisförmigem Querschnitt. Sie bildet die Grundlage für künftige Normanpassungen und weiterführende Forschungsarbeiten.

#### Folgerungen und Empfehlungen:

##### Querkraftwiderstand für die Bemessung neuer Tragwerke:

- Die Wirksamkeit einer kreisförmigen Querkraftbewehrung kann mit  $\lambda/4 = 78.5\%$  oder höher angenommen werden.
- Für die Bemessung neuer Stahlbetonbauteile mit kreisförmigem Querschnitt wird ein minimaler Querkraftbewehrungsgehalt vorgeschlagen.

##### Querkraftwiderstand für die Überprüfung bestehender Tragwerke:

- Die Modellvorstellung zum Querkraftwiderstand bestehender Tragwerke zeigt eine zweckmässige Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen der Datenbank.
- Die Fliessbedingung für den kreisförmigen Betonquerschnitt erlaubt mittels Querschnittsbetrachtung diejenigen Bereiche entlang des Bauteils zu eruieren, innerhalb derer eine allenfalls vorhandene Querkraftbewehrung nicht notwendig wird.

#### Publikationen:

#### Der Projektleiter/die Projektleiterin:

Name: Daniel

Vorname: Heinzmann

Amt, Firma, Institut: Institut für Bauingenieurwesen (IBI) der Hochschule Luzern (HSLU), Technik & Architektur.

#### Unterschrift des Projektleiters/der Projektleiterin:



Schweizerische Eidgenossenschaft  
Confédération suisse  
Confederazione Svizzera  
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für  
Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK  
Bundesamt für Strassen ASTRA

## FORSCHUNG IM STRASSENWESEN DES UVEK

### Formular Nr. 3: Projektabschluss

#### Beurteilung der Begleitkommission:

Beurteilung:

Das Projekt konnte erfolgreich abgeschlossen werden. Es wurde eine Methodik entwickelt für die Beurteilung des Querkraftwiderstands kreisförmiger Bauteile bestehender Bauwerke und für die Bemessung von neuen Bauwerken. Die angestrebten Ziele wurden erreicht. Die Ergebnisse zeigen, dass die heutigen vereinfachten in der Norm angegebenen Bemessungsannahmen auf der vorsichtigen Seite liegen und Reserven beinhalten.

Umsetzung:

Das Projekt wurde kompetent und erfolgreich umgesetzt. Die Begleitkommission wurde von der Projektleitung und den Projektbeteiligten systematisch informiert, ihre Inputs berücksichtigt und der Bericht konnte erfolgreich von der BK korreferiert werden.

weitergehender Forschungsbedarf:

Die Forschungsstelle ist der Meinung, dass die Modellvorstellung auf kreisförmige Hohlprofile erweitert werden könnte (z.B. Schleuderbetonstützen). Und dass der Einfluss der vernachlässigten Überdeckungsbetons vertieft untersucht werden könnte (Bem. insb. für kleine Querschnitte). Sie weist darauf hin, dass die Anzahl Querkraftversuche mit baupraktisch relevanten grossen Durchmessern sehr gering ist und zwingend mit grossmasstäblichen Versuchen ergänzt werden müsste und dass der untere Grenzwert der Traglast der Modellvorstellung bei bestehenden Bauwerken auf mehreren Annahmen beruht, die in einer weiterführenden Arbeit überprüft werden könnten. Die Begleitkommission teilt die Einschätzung der Forschungsstelle.

Einfluss auf Normenwerk:

Die Wirksamkeit einer kreisförmigen Querkraftbewehrung kann mit  $\pi/4 = 78.5\%$  oder höher angenommen werden - diesbezüglich könnten die Normen (aktuell 70%) angepasst werden.

Der Präsident/die Präsidentin der Begleitkommission:

Name: Lutz

Vorname: Anita

Amt, Firma, Institut: Dr. Vollenweider AG

Unterschrift des Präsidenten/der Präsidentin der Begleitkommission:

Anita Lutz

Digitally signed by Anita Lutz  
DN: cn=Anita Lutz,  
o=Dr. Vollenweider AG, ou=Dr. Vollenweider AG, email=anita.lutz@vollenweider.ch, c=CH  
Date: 2025.08.20 14:54:28+02'00'